

IDENTIFICACIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL DE FORMA
DESCENTRALIZADA EN MARCOS PLANOS A CORTANTE.

T E S I S

PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL

P R E S E N T A

CÉSAR CARPIO PACHECO

DIRECTOR DE TESIS: **DR. MANUEL E. RUIZ SANDOVAL HERNÁNDEZ**

A mis padres y hermanos.

AGRADECIMIENTOS.

A mis padres Sra. Maria de la Luz Pacheco Reyes y Sr. Plutarco Carpio Chávez que siempre están con su cariño, comprensión y apoyo sin medida, por guiarme el camino de la educación y el camino de la vida.

A mis hermanos Xóchitl y Gerardo por brindarme compañía y comprensión. A Jacqueline Limón Chávez por su apoyo incondicional. En todo momento los llevo conmigo. No olvidando, a todos mis familiares y compañeros por su gran ayuda para lograr esta meta.

A mi asesor Dr. Manuel E. Ruiz Sandoval Hernández por su confianza y paciencia depositada en mí, por sus diversas formas de apoyo personal y científico. Gracias.

Agradezco a la Universidad Autónoma Metropolitana, en especial al Posgrado de Ingeniería Estructural y su planta de profesores quienes con entusiasmo brindaron sus diversos conocimientos en mi estancia en esta casa de estudios.

Finalmente agradezco CONACYT por proporcionarme los medios y recursos para la culminación de mis estudios de maestría.

Resumen

La infraestructura civil es de suma importancia para el desarrollo de un país. Dentro de las obras civiles más importantes se pueden mencionar vías de comunicación (puentes, viaductos, túneles, etc.), sistemas de aprovechamientos hidráulicos, edificios de servicios públicos (hospitales, estaciones de bomberos, etc.) entre otros.

Existen distintos fenómenos que pueden afectar a una estructura y propiciar que tenga un mal funcionamiento. Cargas accidentales provocadas por errores humanos, o fenómenos naturales tales como sismos y huracanes, pueden ocasionar daño estructural y este a su vez afectar el contenido de la estructura. La no detección o la detección tardía de daño estructural pueden causar pérdidas humanas y económicas.

El objetivo de este trabajo es identificar el daño estructural en marcos planos a cortante de una forma descentralizada. Existen muchos métodos para la identificación de daño. Esta investigación utiliza la historia de desplazamientos como herramienta de detección de daño. Se definirá el daño como los cambios en propiedades geométricas de los elementos estructurales. Este se simula reduciendo la rigidez de las columnas, y se deja a las vigas con rigidez infinita (marco plano de cortante).

La instrumentación de la estructura proporciona información para el análisis modal. Los métodos actuales proponen que la información recolectada sea concentrada en un sólo punto, es decir, de forma centralizada. Esto implica que el nodo concentrador debe tener la capacidad para recibir la información de toda la estructura.

El uso de nuevas tecnologías, tales como sensores con capacidades de procesamiento local y de comunicación inalámbrica (sensores inteligentes), pueden permitir descentralizar el procesamiento de la información. Un análisis descentralizado es un método atractivo para la detección de daño. La descentralización surge como una solución a las complicaciones que se tienen en el sistema centralizado, tales como: tiempo de colocación, mantenimiento y costos.

El método de análisis que se emplea se basa en el método POD (Proper Orthogonal Decomposition), cuya metodología sirve para obtener los parámetros modales. Estos después son comparados con los dos estados del sistema: el sistema inicial sin daño y ya dañado.

Los resultados obtenidos con el POD muestran que es posible detectar daño con niveles bajos de cambios de rigidez. Este trabajo demuestra que el uso de sensores inteligentes puede ser un nuevo paradigma para la detección de daño estructural.

ÍNDICE

| | |
|----------------|----|
| FIGURAS | ii |
|----------------|----|

| | |
|---------------|----|
| TABLAS | iv |
|---------------|----|

CAPÍTULO 1

| | |
|------------------------------------|---|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1 Sismicidad | 2 |
| 1.2 Daño estructural | 3 |
| 1.3 Descentralización | 7 |
| 1.4 Objetivo y alcance de la tesis | 8 |
| 1.5 Organización de la tesis | 9 |

CAPÍTULO 2

| | |
|--|----|
| 2. Métodos de detección de daño | 9 |
| 2.1 Generalidades | 9 |
| 2.2 Cambios de frecuencias | 9 |
| 2.3 Cambios en formas modales | 12 |
| 2.4 Curvaturas de formas modales/ Cambios de deformación en formas modales | 13 |
| 2.5 Flexibilidad dinámica | 14 |
| 2.6 Cambios en la energía de deformación modal | 15 |
| 2.7 POD (Proper Orthogonal Decomposition) | 16 |

CAPÍTULO 3

| | |
|--|----|
| 3. Aplicación de métodos de detección de daño | 18 |
| 3.1 Generalidades | 18 |
| 3.2 Aplicación del MAC (Modal Assurance Criterion) | 19 |
| 3.3 Aplicación de cambios en la energía de deformación modal | 22 |
| 3.4 Aplicación del POD | 28 |

CAPÍTULO 4

| | |
|--|----|
| 4. Aplicación del método POD de forma descentralizada | 33 |
| 4.1 Generalidades | 33 |
| 4.2 Aplicación del POD de forma descentralizada | 33 |

CAPÍTULO 5

| | |
|------------------------|----|
| 5. Conclusiones | 48 |
|------------------------|----|

| | |
|--------------------|----|
| REFERENCIAS | 51 |
|--------------------|----|

FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1.1 Ciudad de México | 1 |
| Figura 1.2 Anillo de fuego y placas tectónicas | 2 |
| Figura 1.3 Provincias tectónicas | 3 |
| Figura 1.4 Edificio Nuevo León, Tlatelolco 1985 | 4 |
| Figura 1.5 Cancún Quintana Roo, México | 4 |
| Figura 1.6 Guadalajara Jalisco, México | 5 |
| Figura 1.7 Daño estructural en columna de concreto reforzado | 5 |
| Figura 1.8 Métodos de detección de daño | 6 |
| Figura 1.9 Procesamiento centralizado y descentralizado | 7 |
| Figura 2.1 Armadura tridimensional | 15 |
| Figura 3.1 Estructura I original y dañada | 19 |
| Figura 3.2 Formas modales de la estructura I original y dañada | 19 |
| Figura 3.3 Valores de MAC de la estructura I | 20 |
| Figura 3.4 Estructura II original y con daño | 21 |
| Figura 3.5 Valores del MAC de la estructura II | 21 |
| Figura 3.6 Armadura 2D | 22 |
| Figura 3.7 Armadura 2D, caso multidaño | 24 |
| Figura 3.8 Marco plano a cortante | 26 |
| Figura 3.9 Marco plano a cortante | 29 |
| Figura 3.10 Ruido blanco | 30 |
| Figura 4.1 Arreglos de sensores en el marco plano a cortante | 34 |
| Figura 4.2 Colocación de los sensores en intersecciones viga-columna y en la parte central de cada elemento | 34 |
| Figura 4.3 Procesamiento de la información | 35 |

| | |
|--|----|
| Figura 4.4 Sensores a utilizar para detectar daño | 35 |
| Figura 4.5 Marco plano a cortante I | 35 |
| Figura 4.6 Sección de vigas y columnas del marco I | 36 |
| Figura 4.7 Marco plano a cortante I dañado | 36 |
| Figura 4.8 Ruido blanco | 37 |
| Figura 4.9 Marco plano a cortante I | 42 |
| Figura 4.10 Índice de daño estructural para cada barra del marco I | 43 |
| Figura 4.11 Marco plano a cortante II | 44 |
| Figura 4.12 Sección de columna del marco II | 44 |
| Figura 4.13 Índice de daño estructural para cada barra del marco II | 45 |
| Figura 4.14 Marco plano a cortante III | 46 |
| Figura 4.15 Índice de daño estructural para cada barra del marco III | 47 |

TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 1.1 Características del procesamiento centralizado y descentralizado..... | 8 |
| Tabla 3.1 Formas modales de la estructura I original y dañada | 19 |
| Tabla 3.2 Valores del MAC de la estructura I | 20 |
| Tabla 3.3 Formas modales de la estructura II original y con daño | 21 |
| Tabla 3.4 Valores del MAC de la estructura II | 21 |
| Tabla 3.5 Valores numéricos de las formas modales de la armadura con daño y sin daño | 23 |
| Tabla 3.6 Valores numéricos de la energía de deformación modal de la armadura de cada barra | 23 |
| Tabla 3.7 Diferencia de la energía de deformación de cada barra de la armadura respecto de cada modo | 24 |
| Tabla 3.8 Valores numéricos de las formas modales de la armadura (caso multidaño) con daño y sin daño | 25 |
| Tabla 3.9 Valores numéricos de la energía de deformación modal de la armadura (caso multidaño) de cada barra | 25 |
| Tabla 3.10 Diferencia de energía deformación de la armadura (caso multidaño) de cada barra con su respectivo modo | 26 |
| Tabla 3. 11 Valores de las formas modales del marco con daño y sin daño | 27 |
| Tabla 3.12 Energía de deformación de cada elemento con su respectivo modo del marco | 28 |
| Tabla 3.13 Diferencia de energía deformación de cada barra con su respectivo modo del marco | 28 |
| Tabla 3.14 Desplazamientos horizontales del marco sin daño y con daño | 30 |
| Tabla 3.15 Matriz A del marco sin daño y con daño | 30 |
| Tabla 3.16 Matriz R del marco sin daño y con daño | 30 |
| Tabla 3.17 Relación de POMs del marco sin daño y con daño | 31 |
| Tabla 3.18 Relación de POVs del marco sin daño y con daño | 31 |
| Tabla 3.19 Relación de R sin daño / R con daño | 31 |

| | |
|---|----|
| Tabla 4.1 Matriz de desplazamientos del sensor 5 | 38 |
| Tabla 4.2 Matriz A del sensor 5 | 38 |
| Tabla 4.3 Matriz R del sensor 5 | 39 |
| Tabla 4.4 Matriz de desplazamientos del sensor 7 | 39 |
| Tabla 4.5 Matriz A del sensor 7 | 40 |
| Tabla 4.6 Matriz R del sensor 7 | 40 |
| Tabla 4.7 Matriz de desplazamientos del sensor 33 | 40 |
| Tabla 4.8 Matriz A del sensor 33 | 41 |
| Tabla 4.9 Matriz R del sensor 33 | 41 |
| Tabla 4.10 Relación de los valores R, de los dos estados de la estructura: sin daño y con daño | 42 |
| Tabla 4.11 Índice de daño estructural para cada barra del marco I | 43 |
| Tabla 4.12 Índice de daño estructural para cada barra del marco II | 45 |
| Tabla 4.13 Índice de daño estructural para cada barra del marco III | 47 |

Capítulo No. 1

Introducción.

La infraestructura civil es de suma importancia para el desarrollo de un país. Dentro las obras civiles más importantes se pueden mencionar vías de comunicación (puentes, viaductos, túneles, etc.), sistemas de aprovechamientos hidráulicos, edificios de servicios públicos (hospitales, estaciones de bomberos, etc.) que brindan servicio a toda una población. Todas las ciudades están constituidas de estructuras destinadas para distintos funcionamientos que en conjunto ayudan a beneficiar a los habitantes, tal y como sucede en la ciudad de México (figura 1.1). La planeación y desarrollo de una ciudad no es un trabajo fácil que pueda realizarse por sólo un departamento o grupo, es necesaria la cooperación de un número de departamentos gubernamentales, organizaciones locales y ciudadanos para un adecuado funcionamiento.



Figura 1. 1. Ciudad de México.

<http://www.usuarios.lycos.es>

Existen distintos fenómenos que pueden afectar a la infraestructura y demeritar su funcionamiento. Ejemplos pueden ser la interrupción de energía eléctrica que puede provocar desde caos viales hasta pérdidas económicas importantes en los negocios. La falta de agua potable puede afectar al sector salud. Un caso más severo puede ser la pérdida de una estructura y por lo tanto la interrupción de su servicios. Uno de los aspectos más importante sería indudablemente la pérdida de vidas humanas que puedan presentarse. Por lo anterior se debe poner atención especial en la detección oportuna de daños estructurales.

En el desarrollo de una ciudad se debe ser tomada en cuenta la sismicidad de la zona. Desde tiempo atrás, se ha comprobado que la peligrosidad sísmica repercute significativamente en el comportamiento de una estructura. En términos generales la peligrosidad sísmica se define como el tamaño o valor de la intensidad del movimiento del suelo producido por terremotos en un determinado lugar y durante un periodo de tiempo dado. Aquellas estructuras que no se proyectan con criterios de diseños sísmicos, probablemente presentaran cuantiosas pérdidas económicas y pérdidas humanas irreparables.

1.1 Sismicidad

La sismicidad de una región esta determinada por la presencia de fallas geológicas cercanas. Se ha determinado que existen zonas donde hay una gran cantidad de eventos sísmicos. México se encuentra ubicado en una zona de alta sismicidad conocida como “el anillo de fuego”. Esta corresponde a los límites de las placas tectónicas mostradas en la figura 1.2 y en donde se desarrolla una gran actividad sísmica.



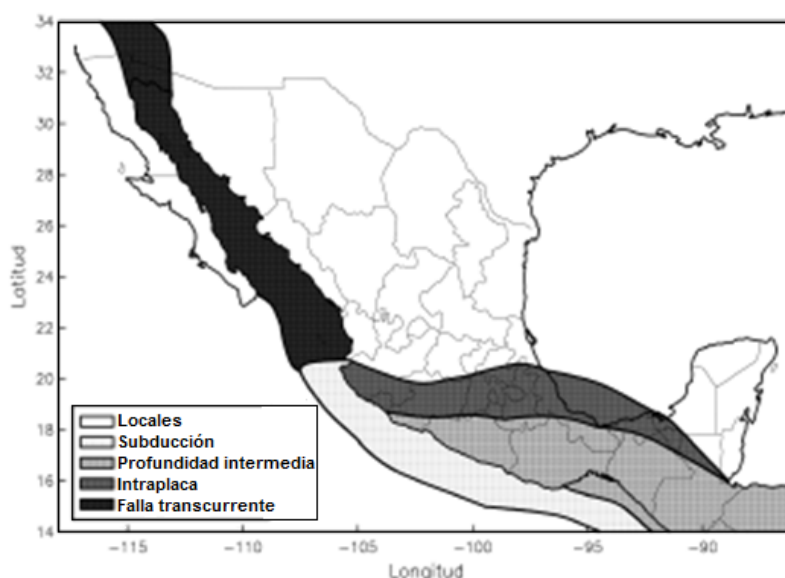
Figura 1. 2. Anillo de fuego y placas tectónicas.

La parte más superficial de la Tierra (corteza) se encuentra dividida en bloques, llamados placas tectónicas, las cuales flotan en un material que no es suficientemente rígido y hacen que estas placas se muevan con cierta velocidad. Las direcciones en que las placas se mueven no siempre son iguales, por lo tanto en todo momento existe una interacción entre ellas. Constantemente estas chocan entre sí. Existen varios tipos principales de movimientos de frontera entre placas:

- a) Convergentes.- En este tipo de movimiento las placas han tenido una “colisión” y, por lo general, ocurre que una de ellas (la de mayor densidad) penetra por debajo de la otra, ocasionando el fenómeno denominado subducción.
- b) Divergentes.- En este tipo de movimientos de frontera, las placas se separan en dirección opuesta partiendo de la frontera. Debido a la emersión de material proveniente del interior (manto), este tipo de fronteras forma por lo general un tipo de cordillera (dorsal) con un surco en la cima. Se localizan muy comúnmente en el océano.
- c) Fronteras transcurrentes. En este tipo de linderos las placas se mueven con desplazamientos laterales, es decir, pasan una junto a la otra.

Los sismos son causados principalmente por la interacción de las placas y la liberación de esfuerzos entre ellas. Esto ocurre cuando se acumula gradualmente la tensión hasta que rebasan un límite. En ese momento, comienza a presentarse una ruptura en algún punto inicial llamado foco, desde donde se continúa dicho fallamiento hasta ocupar cierta extensión a todo lo largo y ancho de un plano, llamado el plano de falla. Así la tierra es puesta en vibración debida a la propagación de ondas.

La zona centro y sureste de la República Mexicana tienen una alta peligrosidad sísmica. En la figura 1.3 se puede observar un esquema de las principales zonas de contacto de placas que afectan a México. Es necesario tener cuidado en la construcción de las estructuras en estas zonas, así como vigilar el buen funcionamiento de estas. El objetivo es que las estructuras conserven su integridad estructural antes, durante y después de un evento sísmico.



1

Figura 1. 3 Provincias tectónicas.

1.2 Daño estructural

Todas las estructuras son vulnerables a presentar daño. La ocurrencia de daños puede ser ocasionado por distintos fenómenos, tales como cargas accidentales, fatiga de los materiales de la estructura, envejecimiento, corrosión, etc., Este daño estructural puede originar situaciones que pongan en riesgo vidas humanas.

En la República Mexicana se han presentado muchos fenómenos que han afectado las estructuras con resultados catastróficos. Fenómenos naturales como sismos, huracanes, temporales de lluvias, etc., han provocado daño significativo en las estructuras. Por ejemplo el sismo de la ciudad de México el 19 de septiembre de 1985 devastó gran parte de la ciudad, se causó daño sin precedente en la capital. La ciudad vio destruidos muchos de sus más modernos edificios en algunos minutos (figura 1.4).

¹ Zúñiga Dávila F. R. (2005), "Notas introductorias sismología". *Centro de Geociencias UNAM*.



Figura 1. 4. Edificio Nuevo León, Tlatelolco 1985.

<http://www.guerrero.gob.mx>

Las zonas costeras del país se encuentran propensas al ataque de huracanes y temporales de lluvias, que de la misma manera que un sismo, afecta significativamente su integridad. Muchos han sido los azotes de huracanes en las zonas costeras. El huracán Wilma en octubre de 2005 golpeó la zona del Caribe y del Golfo de México con vientos de hasta 240 kilómetros por hora. Las pérdidas fueron incuantificables al afectar el turismo, la agricultura, y las actividades económicas en general (figura 1.5).



Figura 1. 5. Cancún Quintana Roo, México.

<http://www.cancuncd.com>

Además de los fenómenos naturales, en la Republica Mexicana se han presentado otros tipos de situaciones que ponen en riesgo las estructuras tal es el caso de las explosiones. El 22 de abril de 1992 la ciudad de Guadalajara presentaron explosiones en el sistema de alcantarillado debido a una fuga de gasolina. Se destruyeron 12 kilómetros de calles, según cifras oficiales. Las explosiones mataron a miles de personas, dejaron casi 500 heridos y 15 000 personas quedaron sin hogar (figura 1.6).



Figura 1. 6. Guadalajara Jalisco, México.
<http://www.drj.com>

El daño estructural se define como el cambio en un sistema que afecta el rendimiento actual y posterior de este (figura 1.7). Además el daño puede ser comparado en dos estados del sistema: el inicial sin daño y el ya dañado. En esta tesis se definirá el daño como los cambios en propiedades geométricas de los elementos estructurales.



Figura 1. 7. Daño estructural en columna de concreto reforzado.

La detección de daño estructural de forma anticipada y certera, puede permitir una adecuada calendarización de mantenimiento que puede salvar vidas y reducirá costos.

Existen muchos métodos para la detección de daño en estructuras, entre ellos están (figura 1.8):

- Inspección visual.
- Tecnología infrarroja.
- Análisis de señal acústica.
- Análisis modal (instrumentación).

Cada uno de estos métodos mencionados tienen sus ventajas y desventajas, por ejemplo el método de inspección visual puede ser preciso pero el inconveniente que se tienen, es el tiempo y la mano de obra requeridos. Los métodos que ocupan tecnología infrarroja o análisis de señal acústica necesitan de equipos, además de mano de obra, especializada. El método de instrumentación de estructuras es un método con gran auge en la ingeniería, con ayuda de sensores se puede localizar el daño estructural.

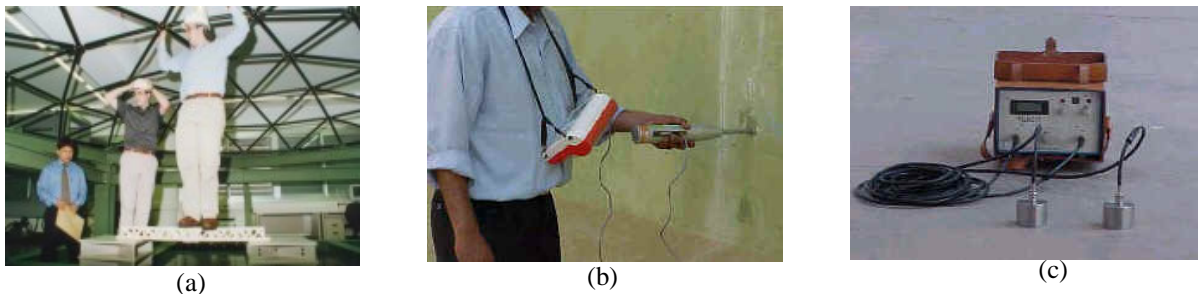


Figura 1. 8. Métodos de detección de daño. (a) Inspección visual. (b) Análisis de señal acústica. (c) Análisis modal.

El objetivo principal de la instrumentación y un análisis modal de las estructuras en la detección de daño, es identificar las frecuencias y formas modales de la estructura sana y compararla con las frecuencias y formas modales de la estructura ya dañada. Existen algoritmos que proponen una metodología para obtener parámetros modales de una estructura. Métodos como el MAC (Modal Assurance Criterion), ERA (Eigensystem Realization Algorithm), POD (Proper Orthogonal Decomposition), entre otros que ayudan a obtener estos parámetros modales.

Un sistema de clasificación de los métodos de detección de daño presentada por Rytter en 1993 se divide en cuatro niveles:

- Nivel 1. Determinación que existe daño presente en la estructura.
- Nivel 2. Determinación de la localización geométrica del daño.
- Nivel 3. Cuantificación de la severidad del daño.
- Nivel 4. Predicción de la permanencia de servicio de la estructura.

Los métodos de identificación de daño disponibles en la literatura basados en respuesta de la vibración pueden llegar en algunos casos al nivel 3 de identificación. Alcanzar el nivel 4 se asocia al estudio de la mecánica de fracturas, análisis de fatiga o la valoración del diseño estructural.

La instrumentación de la estructura proporciona información para el análisis modal. Los métodos actuales proponen que la información recolectada sea concentrada en un sólo punto, es decir, de forma centralizada. Esto implica que el nodo concentrador debe ser lo suficientemente capaz para recibir la información de la estructura.

1.3 Descentralización

El uso de nuevas tecnologías, tales como sensores inteligentes (aquellos con capacidades de procesamiento y comunicación inalámbrica), pueden permitir descentralizar el procesamiento de la información (figura 1.9).

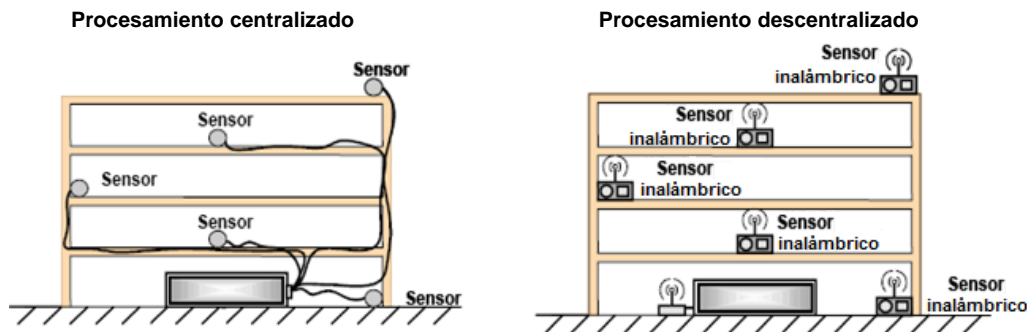


Figura 1. 9. Procesamiento centralizado y descentralizado.

Un análisis descentralizado es, hoy en día, uno de los métodos más atractivos de detección de daño, por lo tanto se requieren estudios e investigaciones que traten este método para que pueda ser aplicable en la práctica profesional. La descentralización surge como alternativas de algunas complicaciones que se tienen en el procesamiento centralizado. Para poder entender la diferencia entre estas dos formas de procesar la información se citan algunas de sus ventajas y desventajas en la Tabla 1.1.

Tabla 1. 1. Características del procesamiento centralizado y descentralizado.

| <i>Elemento</i> | <i>Procesamiento centralizado</i> | <i>Procesamiento descentralizado</i> |
|----------------------|---|--|
| <i>Mano de obra.</i> | La mano de obra debe ser capacitada para la colocación del cableado, así como la conexión con los sensores, además de capacitación para la colocación del sensor en la estructura. | Se requiere mano de obra únicamente para la colocación del sensor en la estructura, debido a que los sensores inteligentes son inalámbricos no se requiere cable de comunicación al nodo concentrador. |
| <i>Tiempo.</i> | El tiempo de colocación del sensor es significativo debido que se debe tener plena seguridad que los sensores estén completamente comunicados al nodo concentrador. La colocación del sensor requiere mayor tiempo cuando se tienen estructuras muy grandes en las que los sensores se encuentran a distancias lejanas del nodo concentrador, esto debido a la gran cantidad de cable necesario para la conexión. | La colocación es sencilla debido que no se requieren cables de comunicación. |
| <i>Material.</i> | El material principal a ocupar será el cable de comunicación entre el sensor y el nodo concentrador tomando en cuenta las distancias entre estas dos instancias. | No es necesario cable de comunicación. |
| <i>Costo</i> | El sistema de adquisición de datos es costoso, así como el cable de comunicación de necesario | Los sensores inteligentes son baratos en proporción a sistemas alámbricos. |

Se observa con ventajas que el procesamiento descentralizado es una manera mas rápida y simplificada para la identificación de daño estructural

1.4 Objetivo y alcance de la tesis.

Existen en la literatura muchas técnicas de detección de daño, sin embargo la gran mayoría se basa en métodos centralizados, es decir, donde se requiere que toda la información recolectada sea procesada en un solo punto. Debido a las nuevas tecnologías, es posible utilizar sensores “inteligentes” que permiten el procesamiento de información localmente y sólo enviar el resultado de dicho proceso.

El objetivo de este trabajo es la identificación de daño de forma descentralizada. Se demostrará que el uso de sensores inteligentes puede ser un nuevo paradigma para la detección de daño estructural.

Hay una gran variedad de estructuras a las que se les puede localizar el daño, tales como: presas, armaduras, estructuras reticulares, puentes, entre otras. Este trabajo se enfocará a una de las estructuras conceptuales más sencillas, tal como es el caso de marcos planos con comportamiento a cortante. En futuras aplicaciones se extrapolará a marcos a flexión, así como marcos tridimensionales.

1.5 Organización de la tesis.

La tesis está organizada de la siguiente manera:

- En el capítulo 1 se plantea la descripción del problema, en este caso la detección de daño estructural y su importancia en una infraestructura. Se presentan los objetivos de la tesis, así como su alcance.
- En el capítulo 2, se citan algunas investigaciones que se encuentran en la literatura para la identificación de daño estructural. Estas usan los cambios en los parámetros modales de la estructura (frecuencias, modos de vibrar, etc.) como forma de detección de daño.
- En el capítulo 3, se presentan tres métodos de detección de daño aplicados en una armadura 2D y en un marco plano a cortante. Se describen sus ventajas y limitantes de estos métodos.
- En el capítulo 4, se describe el método “Proper Orthogonal Decomposition (POD)”, así como su aplicación en marcos planos a cortante. La información procesada será de forma descentralizada. Se presentan resultados de la simulación de este método.
- En el capítulo 5, se presentan las conclusiones derivadas del método descentralizado de detección de daño en marcos planos.

Capítulo No. 2

Métodos de detección de daño.

2.1 Generalidades

Existen en la literatura diversos métodos para la identificación de daño estructural que han sido aplicados en distintos campos de la ingeniería. Cada uno de estos métodos tienen sus ventajas y desventajas así como sus principales aplicaciones.

A continuación se describirán métodos existentes para la identificación de daño. Estos métodos están basados en la instrumentación y un análisis modal de las estructuras, además que el procesamiento de la información es de forma centralizada. Este compendio de métodos presentado se basa en el artículo Scott, et. al (1996).

2.2 Cambios de frecuencias.

Este es uno de los métodos más antiguos que cuenta con una gran cantidad de literatura. Los cambios en las propiedades estructurales causan cambios en las frecuencias de vibración. Esto es el impulso para usarlo como un método para la identificación de daño y el monitoreo de la estructura.

El uso del cambio de frecuencias tiene limitaciones prácticas para ciertas estructuras. Algunas frecuencias bajas relacionadas con el daño requieren de mediciones muy precisas o largos niveles de daño.

Debido a que las frecuencias modales altas representan el estado global de la estructura no podrá identificarse más del nivel 1 de daño.

D. Tranxuan, et. al (1991) presenta el método de función de respuesta de frecuencias medidas (FRF) para detectar daño infligido en un sistema dinámico. El caso presentado es para armaduras de dos y tres dimensiones. La metodología de este método es identificar los cambios en la rigidez en un sistema antes y después de la ocurrencia del daño, se asume que las propiedades de amortiguamiento son insignificantes para la detección del daño, por lo tanto el sistema puede ser estudiado sólo con las propiedades de masa y rigidez.

Los datos usados para localizar el daño consisten en dos partes. La primera son los datos del sistema antes de que ocurra el daño. Las matrices de rigidez y de masa son disponibles. La segunda parte son los datos del sistema después de que ocurrió el daño, y se calculan las FRF.

La matriz dinámica de rigidez $[Z(\omega)]$ y la matriz de función de respuesta de frecuencias $[\alpha(\omega)]$ de un sistema de múltiples grados de libertad son ortogonales entre si, por lo tanto:

$$[Z(\omega)][\alpha(\omega)] = ([K] - \omega^2[M])[\alpha(\omega)] = [1] \quad (2.1)$$

Usando el subíndice u para no dañado y d para daño, se tiene que

$$\begin{aligned} [Z_u(\omega)]\{\alpha_u(\omega)\}_r &= ([K]_u - \omega^2[M]_u)[\alpha_u(\omega)]_r = \{\delta\}_r \\ [Z_d(\omega)]\{\alpha_d(\omega)\}_r &= ([K]_d - \omega^2[M]_d)[\alpha_d(\omega)]_r = \{\delta\}_r \end{aligned} \quad (2.2)$$

De la ecuación (2.2), el vector $[\alpha_d(\omega)]_r$ es la r^{esima} columna de la matriz FRF y es disponible (es medido). El vector $\{\alpha_u(\omega)\}$ puede ser derivado de algún modelo teórico. El vector $\{\delta\}_r$ es un vector con todos los elementos cero excepto el r^{esima} columna que es uno. Para la detección del daño se asume que las matrices $[K]_u$ y $[M]_u$ están disponibles. El daño estructural, el cual causa cambios en la rigidez, puede ser identificado por

$$[\Delta Z(\omega)]\{\alpha_d(\omega)\}_r = [Z_d(\omega)] - [Z_u(\omega)] \quad (2.3)$$

y puede ser rescrito como

$$[Z_u(\omega)](\{\alpha_d(\omega)\} - \{\alpha_u(\omega)\}) = [\Delta Z(\omega)]\{\alpha_d(\omega)\} = \{d(\omega)\} \quad (2.4)$$

ó

$$[Z_u(\omega)]\{\Delta\alpha(\omega)\} = [\Delta Z(\omega)]\{\alpha_d(\omega)\} = \{d(\omega)\} \quad (2.5)$$

donde el vector $\{d(\omega)\}$ de las ecuaciones (2.4) y (2.5) es un indicador, donde en términos de coordenadas, presenta los cambios en la rigidez debido a daño ocurrido.

El método basado en cambios de frecuencias se puede ser tratado de dos formas (a) el problema seguido y (b) el problema inverso.

(a) El problema seguido.

El problema seguido cae dentro del nivel 1 de las categorías de detección de daño. Este método consiste en calcular frecuencias a un tipo de daño conocido. El daño es modelado matemáticamente, entonces las frecuencias medidas son comparadas a las frecuencias predichas para localizar el daño.

Vandiver (1975, 1977) analiza el cambio en las frecuencias asociadas con los dos primeros modos de flexión y uno de torsión para una torre de energía eléctrica para identificar los daños. El autor llega a la conclusión de que los cambios en la masa efectiva de la torre producen sólo el 1% de variación en las frecuencias de los tres modos que se están considerando, por lo tanto cambios en las frecuencias de resonancia superiores al 1% serán detectables. Una simulación numérica de la torre fue realizada. La torre tenía espesores de pared de 8.18 mm (0.322 pulgadas) a 25.4 mm (1.00 pulgadas). El daño fue una reducción de pared de 1.27 mm (0.05 pulgadas) por la formación de óxido. Los resultados mostraron una reducción de 3.71% en la frecuencia del modo de flexión.

Begg, et al. (1990) usan cambios en las frecuencias, formas modales y espectros de respuesta para identificar daño en plataformas petrolíferas. Las formas modales son necesarias para garantizar que los cambios en las frecuencias modales son rastreados correctamente. Los cambios en las frecuencias de resonancia de 3% fueron causadas por cambios en la masa y por los cambios de marea. Cambios de frecuencias del 10% al 15% se observaron con modificación estructural que se puso en práctica y se asemeja a un fallo estructural. De este modo, los autores concluyen que los cambios en la respuesta del espectro se pueden utilizar para controlar la integridad estructural.

(b) El problema inverso.

Con el problema inverso podemos identificar el daño en los niveles 2 ó 3. Consiste en calcular los parámetros de daño, por ejemplo tamaño y/o localización de grietas.

Stubbs, et al. (1990) y Osegueda (1990a, 1990b) presentaron un método para identificación de daño que relaciona cambios en las frecuencias debido a los cambios de la rigidez de los miembros. La relación entre los cambios de frecuencias $\{z\}$, la fracción de reducción de rigidez $\{\alpha\}$ y la fracción de reducción de masa $\{\beta\}$ esta dado por:

$$\{z\} = [F]\{\alpha\} - [G]\{\beta\} \quad (2.6)$$

donde $[F]$ y $[G]$ de la ecuación (2.6) son las sensibilidades de los cambios de las frecuencias debido a los cambios de rigidez y de masa respectivamente. $[F]$ y $[G]$ pueden ser expresadas para el modo i y el miembro p como:

$$F_{ip} = \frac{\{\phi^d\}_i^T [K_E]_p \{\phi^d\}_i}{k_i} \quad (2.7)$$

$$G_{ip} = \frac{\{\phi^d\}_i^T [M_E]_p \{\phi^d\}_i}{m_i} \quad (2.8)$$

donde $[K_E]_p$ de la ecuación (2.7) es la rigidez elemental de la matriz del miembro p , y $[M_E]_p$ de la ecuación (2.8) es la masa elemental del miembro p , ϕ_i^d es el modo de vibración asociado al grado de libertad del miembro p con daño.

El daño es definido como una reducción en la rigidez de uno de los miembros que forman la estructura, el cual puede ser representado como $\alpha_p < 0$. La reducción de la rigidez puede encontrarse al resolver el problema general inverso.

$$\{\alpha\} = [F]^+ [\{z\} + [G]\{\beta\}] \quad (2.9)$$

En la ecuación (2.9) se asume que $\{z\}$ y $\{\beta\}$ pueden ser medidos y $[F]^+$ representa la pseudoinversa de las rigideces de la matriz de sensibilidad.

2.3 Cambios en formas modales.

West (1984) presentó que es posible usar la información de las formas modales para la localización del daño estructural sin el uso a priori del método de elementos finitos (FEM). El autor usa el MAC para determinar la correlación entre los modos obtenidos de la estructura no dañada y de los modos de la estructura dañada.

El MAC es un indicador que estima la medida de la función de respuestas de frecuencias. Es un método para obtener una correlación de las formas modales entre dos estados del sistema. El MAC es definido como un escalar constante que relaciona el grado de consistencia (linealmente) entre un modo i y otro vector de modos j .

$$MAC_{(i,j)} = \frac{(\{\phi\}_{id}^T \{\phi\}_{ju})^2}{\{\phi\}_{id}^T \{\phi\}_{id} \times \{\phi\}_{ju}^T \{\phi\}_{ju}} \quad (2.10)$$

Los vectores ϕ_{id} , ϕ_{ju} de la ecuación (2.10) son los vectores de modos de la estructura sin daño y de la estructura con daño del modo i y otro vector de modos j .

Los valores calculados con el MAC varían entre cero y uno. Valores pequeños indican baja correlación entre los vectores, mientras que valores grandes indican una correlación alta entre ellos.

En general, lo que hace el MAC es determinar la desviación mínima cuadrada de un vector modal con respecto a una línea recta.

$$0 \leq MAC_{(i,j)} \leq 1 \quad (2.11)$$

Yuen (1985) investigó los cambios en las formas modales y los parámetros en la pendiente de las formas modales de una viga en cantiliver.

$$\begin{aligned} \{\phi^*\}_i &= \frac{\{\phi^d\}_i}{\omega^d_i} - \frac{\{\phi^u\}_i}{\omega^u_i} \\ \{\phi^*\}_i &= \frac{\{\phi^d\}_i}{\omega^d_i} - \frac{\{\phi^u\}_i}{\omega^u_i} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Donde ϕ^d_i y ϕ^u_i de la ecuación (2.12) representan las formas modales de la estructura dañada y sin daño. Los cambios en estos parámetros fueron simulados por una reducción en las rigideces de cada elemento estructural. Los cambios predichos fueron comparados con los cambios medidos para localizar el daño estructural.

Kam y Lee (1992) presentaron una formulación analítica para localizar una grieta y cuantificar el tamaño de esta debido a los cambios en la frecuencia de vibración y formas modales. La grieta es localizada por discretización de la estructura y observando la reducción de la rigidez de cada elemento. Una vez localizada la grieta, el tamaño es determinado por una formulación basada en cambios en la energía de deformación resultado de la presencia de la grieta. El método de Newton-Raphson es usado para resolver las ecuaciones resultantes de los parámetros de la grieta.

2.4 Curvaturas de formas modales/ Cambios de deformación en formas modales.

De manera alternativa se puede obtener información en los cambios de vibración usando las derivadas de las formas modales, tales como la curvatura. Para vigas, la curvatura y la deformación a flexión son directamente relacionadas como

$$\varepsilon = \frac{1}{R} = \kappa \quad (2.13)$$

donde ε es la deformación, R es el radio de curvatura, κ es la curvatura o $1/R$ en la ecuación (2.13). En la práctica se debe medir la deformación directamente o calcular los desplazamientos o aceleraciones.

Dong, et al. (1994) estudiaron un parámetro basado en los cambios en deformación de las formas modales y los cambios en las frecuencias de una viga, esto con:

$$\{\Delta\phi^*\}_i = \{\phi^d\}_i \left\{ \frac{\omega^u_i}{\omega^d_i} \right\}^2 - \{\phi^u\}_i \quad (2.14)$$

donde $\{\phi\}_i$ de la ecuación (2.14) es la i -ésima deformación de la forma modal y ω_i de la misma ecuación son las frecuencias de la estructura, u y d representan el estado sin daño y dañado de la estructura. Los autores demostraron que este parámetro es más sensible al daño estructural que el parámetro equivalente calculado usando desplazamientos.

Nwosu, et al. (1995) evaluaron los cambios en la deformación cuando se introdujo una grieta en un nodo de forma T. Encontraron que estos cambios son mayores a las frecuencias medidas incluso a una distancia relativamente grande de la grieta.

2.5 Flexibilidad dinámica.

Otros métodos para la identificación de daño utilizan la matriz de flexibilidad dinámica que estima los cambios del comportamiento estático de la estructura. Debido a que la matriz de flexibilidad es definida como la inversa de la matriz de rigidez estática, la matriz de flexibilidad relaciona la fuerza estática aplicada y el desplazamiento estructural resultante como

$$\{u\} = [G]\{F\} \quad (2.15)$$

En la ecuación (2.15), $[G]$ es la matriz de flexibilidad, $\{F\}$ es la matriz de fuerza estática aplicada y $\{u\}$ es el desplazamiento de la estructura. Entonces, cada columna de la matriz de flexibilidad representa el patrón de desplazamiento de la estructura relacionada a una fuerza unitaria asociada a un grado de libertad.

La matriz de flexibilidad debe estimarse con la masa normalizada $[\Lambda]$, formas modales $[\Phi]$ y frecuencias (ec. 2.16). Así mismo, la matriz de flexibilidad requiere que se incluyan las mayores formas modales y frecuencias medidas para que sea un análisis completo.

$$[G] \approx [\Phi][\Lambda]^{-1}[\Phi]^T \quad (2.16)$$

El método de medidas de flexibilidad dinámicas se divide en varios submétodos:

1) Comparación de cambios en flexibilidades.

El daño es detectado usando comparaciones de las matrices de flexibilidad de las formas modales de la estructura dañada y la matriz de flexibilidad de la estructura sin daño.

2) Método de la matriz de rigidez de error.

La matriz de error es una función del cambio de flexibilidad de la estructura y de la matriz de rigidez de la estructura sin daño. La matriz de rigidez de error es definida como

$$[E] = [K^d][\Delta G][K^u] \quad (2.17)$$

donde

$$[\Delta G] = [G^d] - [G^u] \quad (2.18)$$

He y Ewins (1986) presentan la matriz de rigidez de error como un indicador de errores entre los parámetros medidos y las matrices analíticas de rigidez y de masa. Para la identificación de daño, la matriz de rigidez generalmente proporciona más información que la matriz de masa, por lo tanto es más deseable utilizarla en el método de la matriz de error.

3) Efecto de flexibilidad residual.

La matriz de flexibilidad residual, $[G_r]$, representa la contribución a la matriz de flexibilidad de los modos medidos fuera de la banda ancha, así la matriz de flexibilidad de los modos medidos puede relacionarse con la flexibilidad residual como:

$$[G] = [\Phi][\Lambda]^{-1}[\Phi]^T - [G_r] \quad (2.19)$$

4) Cambios en la matriz de rigidez medida.

Una variación en el uso de la matriz dinámica de flexibilidad es usada para medir la matriz dinámica de rigidez, debido que esta matriz de rigidez es definida como la pseudoinversa de la matriz dinámica de flexibilidad medida. Simultáneamente, las matrices dinámicas de masa y amortiguamiento son calculadas. Salawu y Williams (1993) usaron una comparación directa de estas matrices para estimar la localización del daño.

2.6 Cambios en la energía de deformación modal.

César J. et al (1997), ocuparon el método de distribución de energía de deformación modal para la localización de daño, que considera una comparación de la estructura en el estado inicial (sin daño) y la misma estructura en un estado ya dañado. El daño es caracterizado como cambios en las propiedades mecánicas.

Implementaron el método en una armadura tridimensional. Las pruebas de vibración consisten en análisis de experimentos modales antes y después de la inducción del daño estructural artificial, la estructura estuvo sujeta a 18 diferentes escenarios de daño en simple y múltiples localizaciones, de tres tipos: I) daño debido a un corte a la mitad de profundidad del elemento, II) daño parcial removiendo 50% de área a la mitad y a un tercio del elemento, y III) daño completo causado por remover completamente el miembro. Todos los daños que se indujeron fueron sin cambios en la masa de la estructura.

La estructura es un modelo a escala 1:6. La estructura total tenía un largo total de 190.25 in, fue fabricada con tubos de aluminio de 0.674 in de diámetro y un espesor de 0.087 in. El modelo tiene un total de 300 elementos y 91 nodos (figura 2.1). Los sensores consistieron de 273 acelerómetros pegados en los nodos de la estructura



Figura 2. 1. Armadura tridimensional.

La energía de deformación modal para cada modo identificado es calculada y el eigenvector fue normalizado. El total de energía de deformación modal es calculado usando la ecuación:

$$U_j = \frac{1}{2} \{\phi_j\}^T [K] \{\phi_j\} \quad (2.20)$$

En la ecuación (2.20), $\{\phi_j\}$ son las formas modales asociadas a la barra j y $[K]$ es la matriz de rigidez de la barra j .

El total de la energía de deformación puede ser visualizada como la suma de las energías de deformación de todos los elementos estructurales.

$$U_j = \sum_{i=1}^N U_{ij} \quad (2.21)$$

En la ecuación (2.21) U_{ij} es la contribución de energía de deformación del elemento i en el j^{th} modo y N es el número de los elementos estructurales.

Entonces, el cambio en la distribución entre los casos de la estructura dañada (d) y no dañada (u) puede ser calculado con la ecuación:

$$\Delta U_{ij} = U u_{ij} - U d_{ij} \quad (2.22)$$

Los autores llegaron a la conclusión que el tipo de daño I no puede ser detectado por cualquier modo; el daño tipo III puede ser detectado con los modos 1, 3 y 4 en dos localizaciones de la armadura; y para el tipo de daño tipo II mostraron resultados parciales debido a que se identificaron falsos daños.

2.7 POD (Proper Orthogonal Decomposition)

El POD es una herramienta poderosa en la dinámica y vibraciones, también es conocida como Karhunen-Loève. Provee una base para la respuesta modal de datos obtenidos en el transcurso de un experimento. Puede ser utilizado para identificar la respuesta oscilante de sistemas dinámicos con ayuda de sensores. La instrumentación de la estructura proporciona información para el análisis modal.

Ugo Galvanetto y George Violaris (2007) utilizaron el POD para la detección de daño en una viga en cantiliver. El daño fue simulado disminuyendo la rigidez y masa de la estructura.

Del POD los autores obtuvieron fácilmente los POMs (Proper Orthogonal Modes) que captura la energía de cada modo. La distribución de energía entre los POMs se define con el correspondiente POV (Proper Orthogonal Values) que provee un índice de participación (o energía) del correspondiente modo el cual ayuda para identificar los modos más importantes. En base a los POMs y el POV de los estados sin daño y dañado de la estructura detectaron el daño.

La aplicación del POD en estructuras típicas requiere de la adquisición experimental de desplazamientos (o aceleraciones) de N localizaciones de un sistema dinámico. Los valores recolectados de los desplazamientos cada tiempo t son llamados $d_1(t), d_2(t), d_3(t), \dots, d_N(t)$. Si los desplazamientos son muestreados por el tiempo M , un arreglo de historia de desplazamientos en un punto localizado i es $d_i(t) = (d_i(t_1), d_i(t_2), d_i(t_2), \dots, d_i(t_M))^T$, para $i = 1, 2, 3, \dots, N$. En la realización del POD esta historia de desplazamientos son normalizados restándole el valor medio \bar{d}_i . Los vectores a_i son formados por la ecuación:

$$a_i = d_i - \bar{d}_i \mathbf{1} \quad (2.23)$$

donde $\mathbf{1}$ es un vector de dimensión M con todos sus componentes iguales a la unidad, los vectores a_i son usados para obtener la matriz A de dimensión $M \times N$ (ecuación 2.24):

$$A = \begin{bmatrix} a_1(t_1) & a_2(t_1) & \cdots & a_N(t_1) \\ a_1(t_2) & a_2(t_2) & \cdots & a_N(t_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_1(t_M) & a_2(t_M) & \cdots & a_N(t_M) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Con la matriz A podemos construir una matriz de correlación R :

$$R = (1/M) A^T A \quad (2.25)$$

La matriz R es real y simétrica de orden $N \times N$, por lo tanto el eigenvector forman una base ortogonal. Del POD se obtiene fácilmente los POMs (Proper Orthogonal Modes) que captura la energía de cada modo. Los eigenvectores de R son los POMs y el eigenvalor los POVs del sistema, estos al compararlos con los dos estados del sistema (sin daño y con daño) se puede localizar el daño.

En este capítulo se citaron métodos existentes para la identificación de daño. En la siguiente sección se presentará la aplicación de tres de estos métodos con el objetivo de conocer sus debilidades y fortalezas.

Capítulo

No. 3

Aplicación de métodos de detección de daño estructural.

3.1 Generalidades

En la sección anterior se describieron diversos métodos de detección de daño. En este capítulo se presenta la aplicación de tres de estos métodos. Los métodos MAC, cambios en la energía de deformación modal y POD (Proper Orthogonal Decomposition) fueron elegidos. Estos métodos se escogieron debido a que se basan en tres conceptos diferentes.

El MAC se basa en la comparación de formas modales de la estructura original y sin daño. Se aplicó en una estructura de cuatro niveles. El daño será simulado con la disminución de las rigideces de entrepisos sin afectar su masa, y se comparan los cambios de las formas modales de la estructura.

El método de cambios en la energía de deformación modal, se aplicará en una armadura plana y en un marco plano a cortante. El daño será simulado una reducción del módulo de elasticidad de los elementos, esto con la finalidad de disminuir su rigidez sin afectar su masa.

El POD se aplicará en el mismo marco plano a cortante utilizado en el método anterior. La metodología del POD se basará conforme al artículo de Ugo Galvanetto y George Violaris, (2007). El POD es una herramienta poderosa en la dinámica y vibraciones. Provee una base para la respuesta modal de datos obtenidos en el transcurso de un experimento. Puede ser utilizado para identificar la respuesta oscilante de sistemas dinámicos con ayuda de sensores.

Se elaboraron algoritmos en MATLAB para el cálculo de los parámetros modales y la simulación de los métodos. A continuación se realizan aplicaciones de estos métodos en estructuras sencillas para investigar sus fortalezas y debilidades.

3.2 Aplicación del MAC.

La estructura I con 4 grados de libertad se observa en la figura 3.1. La estructura original tiene una rigidez constante de dos, en todos sus niveles. La estructura con daño presenta una disminución de la mitad de su rigidez original en los entrepisos 1 y 3. En ambos estados la masa es unitaria en cada grado de libertad.

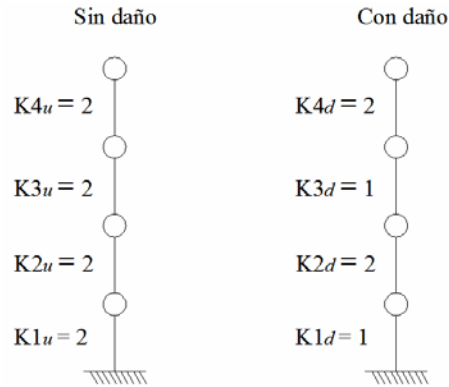


Figura 3. 1. Estructura I original y dañada.

Los valores numéricos de las formas modales de la estructura I original y con daño se presentan en la tabla 3.1 y son dibujados en la figura 3.2.

Tabla 3. 1. Formas modales de la estructura I original y dañada.

$\{\phi_j\}_{sin\ daño} =$

| Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 |
|--------|---------|---------|---------|
| 0.2280 | -0.5774 | -0.6565 | 0.4285 |
| 0.4285 | -0.5774 | 0.2280 | -0.6565 |
| 0.5774 | 0.0000 | 0.5774 | 0.5774 |
| 0.6565 | 0.5774 | -0.4285 | -0.2280 |

$\{\phi_j\}_{con\ daño} =$

| Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 |
|--------|---------|---------|---------|
| 0.2855 | -0.6327 | -0.4989 | 0.5190 |
| 0.4070 | -0.5812 | 0.3132 | -0.6313 |
| 0.5894 | 0.1976 | 0.6046 | 0.4980 |
| 0.6368 | 0.4721 | -0.5361 | -0.2901 |

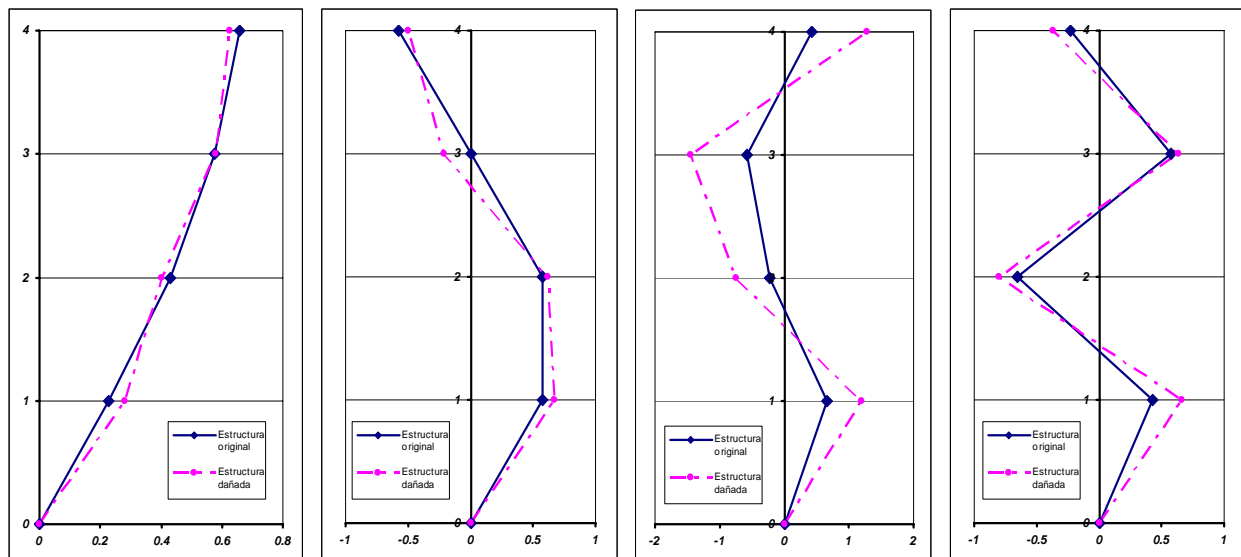


Figura 3. 2. Formas modales de la estructura I original y dañada.

El MAC se calcula con la ecuación (2.10)

$$MAC_{(i,j)} = \frac{(\{\phi\}_{i_d}^T \{\phi\}_{j_u})^2}{\{\phi\}_{i_d}^T \{\phi\}_{i_d} \times \{\phi\}_{j_u}^T \{\phi\}_{j_u}} \quad (2.10)$$

recordando que los vectores ϕ_{i_d} , ϕ_{j_u} de la ecuación (2.10) son los vectores de modos de la estructura original y de la estructura con daño del modo i y otro vector de modos j .

Al calcular el MAC se obtienen los valores mostrados en la tabla 3.2 y en la figura 3.3.

Tabla 3. 2. Valores del MAC de la estructura I.

| | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| Modo 1 | 0.9957 | 0.001 | 0.0007 | 0.0025 |
| Modo 2 | 0.0009 | 0.9475 | 0.0379 | 0.0137 |
| Modo 3 | 0.0003 | 0.0409 | 0.9561 | 0.0027 |
| Modo 4 | 0.003 | 0.0105 | 0.0053 | 0.9811 |

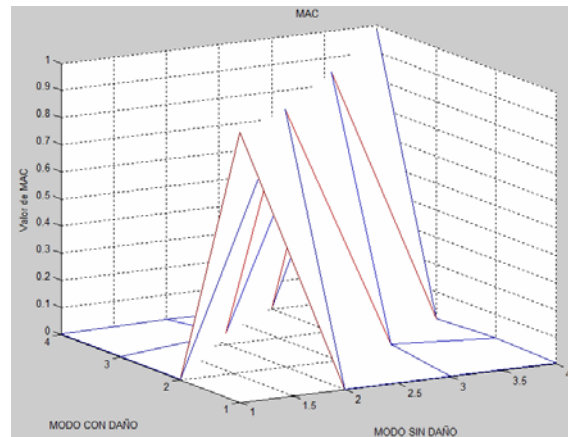


Figura 3. 3. Valores de MAC de la estructura I.

Con los valores obtenidos del MAC se observa la correlación de las formas modales de la estructura sin daño y con daño. Los valores calculados varían entre cero y uno. Valores pequeños indican baja correlación entre los vectores, mientras que valores grandes indican una correlación alta entre ellos. Ordenando el índice obtenido del MAC de la tabla 3.2 el modo 1 tiene una correlación de 0.9957, el modo 4 tiene 0.9811, mientras que el modo 2 y modo 3 tienen 0.9475 y 0.9561 respectivamente. Por lo tanto se observa que el modo 2 y el modo 3 son los más afectados con el daño. Los valores cercanos a cero muestran poca correlación entre las formas modales, por ejemplo el modo 1 con el modo 2 y 3 tienen una poca correlación de 0.0009 y 0.0003, no así con el modo 4 que es mas mayor su correlación. Lo mismo puede concluirse con la combinación de los modos restantes.

Se presenta otro ejemplo para la aplicación del MAC (estructura II) mostrado en la figura 3.4. En este caso las rigideces de entrepiso tienen una disminución constante en todos los niveles y son mostradas en la figura para los estados dañado y sin daño de la estructura. En ambos estados la masa en cada grado de libertad es unitaria.

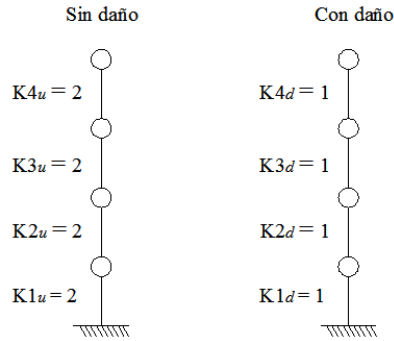


Figura 3. 4. Estructura II original y con daño.

Los valores numéricos de las formas modales de la estructura II original y con daño se presentan en la tabla 3.3. Se observa que no existe cambio entre los dos estados de la estructura debido a que la rigidez es uniforme en toda la estructura, independientemente el valor de esta.

Tabla 3. 3. Formas modales de la estructura II original y con daño.

| $\{\phi_j\}_{sin\ daño} =$ | | | | $\{\phi_j\}_{con\ daño} =$ | | | |
|----------------------------|---------|---------|---------|----------------------------|---------|---------|---------|
| Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 |
| 0.2280 | -0.5774 | -0.6565 | 0.4285 | 0.2280 | -0.5774 | -0.6565 | 0.4285 |
| 0.4285 | -0.5774 | 0.2280 | -0.6565 | 0.4285 | -0.5774 | 0.2280 | -0.6565 |
| 0.5774 | 0.0000 | 0.5774 | 0.5774 | 0.5774 | 0.0000 | 0.5774 | 0.5774 |
| 0.6565 | 0.5774 | -0.4285 | -0.2280 | 0.6565 | 0.5774 | -0.4285 | -0.2280 |

Los valores obtenidos del MAC son mostrados en la tabla 3.4 y en la figura 3.5:

Tabla 3. 4. Valores del MAC de la estructura II.

| | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| Modo 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Modo 2 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Modo 3 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Modo 4 | 0 | 0 | 0 | 1 |

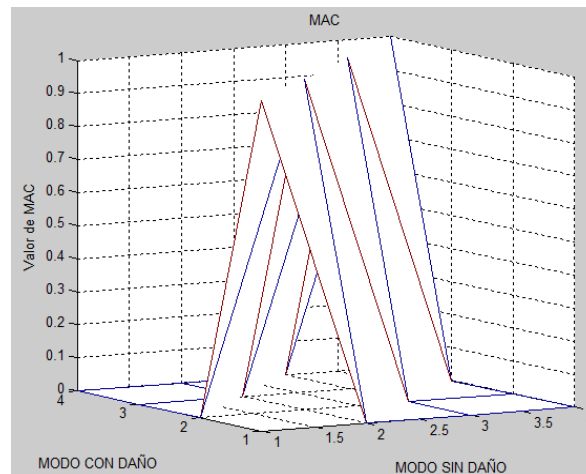


Figura 3. 5. Valores del MAC de la estructura II.

En este caso se observa que el MAC da valores constantes de 1 para todos los modos, es decir no detecta cambio entre la estructura dañada y sin daño, debido a que el cambio de rigideces de entrepiso es constante.

Las simulaciones anteriores muestran que es posible identificar daño estructural, pero es casi imposible detectar la localización del daño debido a que sólo se considera cambio de formas modales y no presenta un comportamiento local de la estructura. Por lo tanto se buscara otro método de identificación de daño.

3.3 Aplicación de cambios en la energía de deformación modal.

Se aplica el método de energía de deformación modal en una armadura en 2D y en marco plano a cortante. El daño en los dos casos es simulado con disminuciones en las rigideces de los elementos y se comparan los dos estados del sistema: el estado sin daño y con daño.

- *Armadura 2D. Daño simple en la estructura.*

Las siguientes propiedades son tomadas en cuenta (figura 3.6):

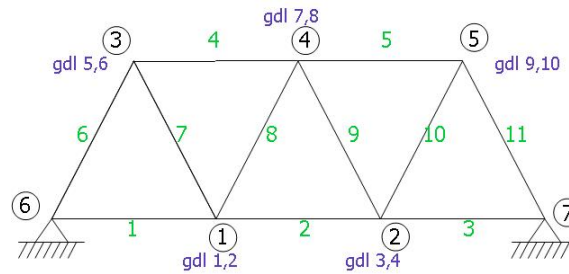


Figura 3. 6. Armadura 2D.

- Longitud de las barras horizontales 300 cm. Longitud de las barras inclinadas 424.26 cm.
- Módulo de elasticidad, $E = 2038.9019 \text{ kg/cm}^2$.
- Área, $A = 66.45 \text{ cm}^2$.

El primer caso será dañar el elemento 2. Se asume una reducción del 20% del módulo de elasticidad, esto con la finalidad de reducir la rigidez y simular daño en esa barra.

Los valores numéricos de las formas modales de la armadura con daño y sin daño se muestran en la tabla 3.5.

La energía de deformación modal de cada barra es obtenida usando la ecuación (2.20).

$$U_j = \frac{1}{2} \{\phi_j\}^T [K] \{\phi_j\} \quad (2.20)$$

donde $\{\phi\}_j$ son las formas modales asociadas a la barra j y $[K]$ es la matriz de rigidez de la barra j . Los valores numéricos de la energía de deformación modal de cada barra se presentan en la tabla 3.6.

Tabla 3. 5. Valores numéricos de las formas modales de la armadura con daño y sin daño.

| | | | | | | | | | | |
|-------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\{\phi\}_j$ sin daño = | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 |
| gdl 1 | -0.0262 | 0.2201 | 0.1403 | 0.6025 | 0.2152 | -0.0168 | 0.1991 | -0.0282 | 0.6607 | 0.0034 |
| gdl 2 | -0.4994 | -0.0668 | -0.4981 | 0.2654 | -0.1045 | 0.0190 | -0.2989 | -0.4542 | -0.0022 | 0.1923 |
| gdl 3 | 0.0262 | 0.2201 | 0.1403 | 0.6025 | -0.2152 | 0.0168 | 0.1991 | 0.0282 | -0.6607 | 0.0034 |
| gdl 4 | -0.4994 | 0.0668 | 0.4981 | -0.2654 | -0.1045 | 0.0190 | 0.2989 | -0.4542 | -0.0022 | -0.1923 |
| gdl 5 | 0.1391 | 0.5383 | -0.0697 | -0.2408 | 0.2808 | 0.6183 | 0.0856 | -0.1816 | -0.0856 | 0.4659 |
| gdl 6 | -0.2628 | -0.1059 | -0.4392 | -0.0725 | -0.4417 | 0.3408 | 0.5879 | 0.3968 | 0.1808 | -0.0877 |
| gdl 7 | 0.0000 | 0.5406 | -0.2627 | -0.0804 | -0.0000 | -0.0000 | -0.1904 | -0.0000 | -0.0000 | -0.6903 |
| gdl 8 | -0.5683 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.5810 | -0.0414 | 0.0000 | 0.4525 | -0.2169 | 0.0000 |
| gdl 9 | -0.1391 | 0.5383 | -0.0697 | -0.2408 | -0.2808 | -0.6183 | 0.0856 | 0.1816 | 0.0856 | 0.4659 |
| gdl 10 | -0.2628 | 0.1059 | 0.4392 | 0.0725 | -0.4417 | 0.3408 | -0.5879 | 0.3968 | 0.1808 | 0.0877 |

| | | | | | | | | | | |
|-------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\{\phi\}_j$ con daño = | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 |
| gdl 1 | -0.0304 | 0.2201 | -0.1403 | 0.2565 | 0.6025 | 0.0183 | 0.1991 | -0.0554 | 0.6382 | 0.0034 |
| gdl 2 | -0.4991 | -0.0668 | 0.4981 | -0.1053 | 0.2654 | -0.0179 | -0.2989 | -0.4554 | -0.0184 | 0.1923 |
| gdl 3 | 0.0304 | 0.2201 | -0.1403 | -0.2565 | 0.6025 | -0.0183 | 0.1991 | 0.0554 | -0.6382 | 0.0034 |
| gdl 4 | -0.4991 | 0.0668 | -0.4981 | -0.1053 | -0.2654 | -0.0179 | 0.2989 | -0.4554 | -0.0184 | -0.1923 |
| gdl 5 | 0.1384 | 0.5383 | 0.0697 | 0.2704 | -0.2408 | -0.6213 | 0.0856 | -0.1767 | -0.1074 | 0.4659 |
| gdl 6 | -0.2615 | -0.1059 | 0.4392 | -0.4371 | -0.0725 | -0.3357 | 0.5879 | 0.3862 | 0.2297 | -0.0877 |
| gdl 7 | 0.0000 | 0.5406 | 0.2627 | 0.0000 | -0.0804 | 0.0000 | -0.1904 | 0.0000 | -0.0000 | -0.6903 |
| gdl 8 | -0.5700 | 0.0000 | -0.0000 | 0.5638 | 0.0000 | 0.0343 | 0.0000 | 0.4673 | -0.2367 | 0.0000 |
| gdl 9 | -0.1384 | 0.5383 | 0.0697 | -0.2704 | -0.2408 | 0.6213 | 0.0856 | 0.1767 | 0.1074 | 0.4659 |
| gdl 10 | -0.2615 | 0.1059 | -0.4392 | -0.4371 | 0.0725 | -0.3357 | -0.5879 | 0.3862 | 0.2297 | 0.0877 |

Tabla 3. 6. Valores numéricos de la energía de deformación modal de la armadura de cada barra.

| | | | | | | | | | | |
|----------------------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|----------|
| $\{U\}_j$ sin daño = | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 |
| barra 1 | 0.1554 | 10.9418 | 4.4428 | 81.9831 | 10.4531 | 0.0634 | 8.9530 | 0.1795 | 98.5608 | 0.0027 |
| barra 2 | 0.6215 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 41.8124 | 0.2537 | 0.0000 | 0.7180 | 394.2432 | 0.0000 |
| barra 3 | 0.1554 | 10.9418 | 4.4428 | 81.9831 | 10.4531 | 0.0634 | 8.9530 | 0.1795 | 98.5608 | 0.0027 |
| barra 4 | 4.3711 | 0.0012 | 8.4112 | 5.8142 | 17.8039 | 86.3370 | 17.1979 | 7.4503 | 1.6554 | 301.8711 |
| barra 5 | 4.3711 | 0.0012 | 8.4112 | 5.8142 | 17.8039 | 86.3370 | 17.1979 | 7.4503 | 1.6554 | 301.8711 |
| barra 6 | 6.0364 | 4.3065 | 36.3095 | 6.0107 | 14.6732 | 68.2661 | 64.2665 | 15.1314 | 3.0756 | 3.4081 |
| barra 7 | 3.8248 | 6.3461 | 4.3388 | 1.1345 | 22.1251 | 0.0030 | 143.8319 | 139.0901 | 49.9746 | 42.2272 |
| barra 8 | 0.5030 | 8.3274 | 14.2125 | 59.5146 | 53.9781 | 0.4372 | 1.7525 | 137.0217 | 47.9873 | 46.9743 |
| barra 9 | 0.5030 | 8.3274 | 14.2125 | 59.5146 | 53.9781 | 0.4372 | 1.7525 | 137.0217 | 47.9873 | 46.9743 |
| barra 10 | 3.8248 | 6.3461 | 4.3388 | 1.1345 | 22.1251 | 0.0030 | 143.8319 | 139.0901 | 49.9746 | 42.2272 |
| barra 11 | 6.0364 | 4.3065 | 36.3095 | 6.0107 | 14.6732 | 68.2661 | 64.2665 | 15.1314 | 3.0756 | 3.4081 |

| | | | | | | | | | | |
|----------------------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|----------|
| $\{U\}_j$ con daño = | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 |
| barra 1 | 0.2085 | 10.9418 | 4.4428 | 14.8528 | 81.9831 | 0.0756 | 8.9530 | 0.6925 | 91.9839 | 0.0027 |
| barra 2 | 0.8339 | 0.0000 | 0.0000 | 59.4114 | 0.0000 | 0.3026 | 0.0000 | 2.7699 | 367.9357 | 0.0000 |
| barra 3 | 0.2085 | 10.9418 | 4.4428 | 14.8528 | 81.9831 | 0.0756 | 8.9530 | 0.6925 | 91.9839 | 0.0027 |
| barra 4 | 4.3253 | 0.0012 | 8.4112 | 16.5140 | 5.8142 | 87.1722 | 17.1979 | 7.0532 | 2.6035 | 301.8711 |
| barra 5 | 4.3253 | 0.0012 | 8.4112 | 16.5140 | 5.8142 | 87.1722 | 17.1979 | 7.0532 | 2.6035 | 301.8711 |
| barra 6 | 5.9736 | 4.3065 | 36.3095 | 14.7285 | 6.0107 | 67.5125 | 64.2665 | 14.3292 | 5.0074 | 3.4081 |
| barra 7 | 3.7942 | 6.3461 | 4.3388 | 18.5478 | 1.1345 | 0.0006 | 143.8319 | 131.5398 | 62.2952 | 42.2272 |
| barra 8 | 0.5012 | 8.3274 | 14.2125 | 47.2645 | 59.5146 | 0.2994 | 1.7525 | 145.9382 | 46.6690 | 46.9743 |
| barra 9 | 0.5012 | 8.3274 | 14.2125 | 47.2645 | 59.5146 | 0.2994 | 1.7525 | 145.9382 | 46.6690 | 46.9743 |
| barra 10 | 3.7942 | 6.3461 | 4.3388 | 18.5478 | 1.1345 | 0.0006 | 143.8319 | 131.5398 | 62.2952 | 42.2272 |
| barra 11 | 5.9736 | 4.3065 | 36.3095 | 14.7285 | 6.0107 | 67.5125 | 64.2665 | 14.3292 | 5.0074 | 3.4081 |

La diferencia de energía entre estos dos estados de la estructura de cada barra, con su respectivo modo, se obtiene con la ecuación (2.22) y los valores numéricos se muestran en la tabla.

$$\Delta U_{ij} = Uu_{ij} - Ud_{ij} \quad (2.22)$$

Tabla 3. 7. Diferencia de la energía de deformación de la armadura cada barra respecto de cada modo.

$\Delta U_{ij} =$

| | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 |
|----------|---------|---------|---------|----------|----------|---------|---------|---------|----------|---------|
| barra 1 | -0.0531 | 0.0000 | -0.0000 | 67.1302 | -71.5300 | -0.0122 | -0.0000 | -0.5130 | 6.5769 | -0.0000 |
| barra 2 | -0.2124 | 0.0000 | -0.0000 | -59.4114 | 41.8124 | -0.0489 | -0.0000 | -2.0520 | 26.3075 | 0.0000 |
| barra 3 | -0.0531 | 0.0000 | 0.0000 | 67.1302 | -71.5300 | -0.0122 | 0.0000 | -0.5130 | 6.5769 | 0.0000 |
| barra 4 | 0.0458 | -0.0000 | 0.0000 | -10.6997 | 11.9896 | -0.8352 | -0.0000 | 0.3970 | -0.9482 | 0 |
| barra 5 | 0.0458 | 0 | -0.0000 | -10.6997 | 11.9896 | -0.8352 | 0.0000 | 0.3970 | -0.9482 | -0.0000 |
| barra 6 | 0.0629 | 0.0000 | -0.0000 | -8.7178 | 8.6625 | 0.7536 | 0 | 0.8022 | -1.9317 | -0.0000 |
| barra 7 | 0.0306 | -0.0000 | 0.0000 | -17.4133 | 20.9906 | 0.0023 | 0.0000 | 7.5504 | -12.3205 | 0.0000 |
| barra 8 | 0.0018 | -0.0000 | 0.0000 | 12.2502 | -5.5365 | 0.1378 | 0.0000 | -8.9166 | 1.3183 | -0.0000 |
| barra 9 | 0.0018 | -0.0000 | 0.0000 | 12.2502 | -5.5365 | 0.1378 | -0.0000 | -8.9166 | 1.3183 | -0.0000 |
| barra 10 | 0.0306 | 0 | -0.0000 | -17.4133 | 20.9906 | 0.0023 | -0.0000 | 7.5504 | -12.3205 | -0.0000 |
| barra 11 | 0.0629 | 0.0000 | 0.0000 | -8.7178 | 8.6625 | 0.7536 | 0.0000 | 0.8022 | -1.9317 | 0.0000 |

La mayor diferencia en la energía de deformación es en la barra dos en los modos 1 y 9. Esta diferencia es muy significativa comparándola con las otras barras. Los modos 4, 5 y 6 muestran mayor participación en las tres primeras barras. Los modos 2, 3, 7 y 10 no tienen ninguna participación en los cambios de energía de deformación. Por lo tanto se asume que la barra dos es el elemento dañado, con lo que este método logra la de detección de daño. Se probaron otros elementos con resultados similares.

■ *Armadura 2D. Multidaño en la estructura.*

Un segundo ejemplo para la detección de daño fue elaborado. Se utiliza la misma armadura con las mismas propiedades geométricas que el primer caso de daño. Se simula multidaño en la armadura, es decir, la reducción de la rigidez será en los elementos 7 y 10, esto reduciendo el módulo de elasticidad en un 20% (figura 3.7).

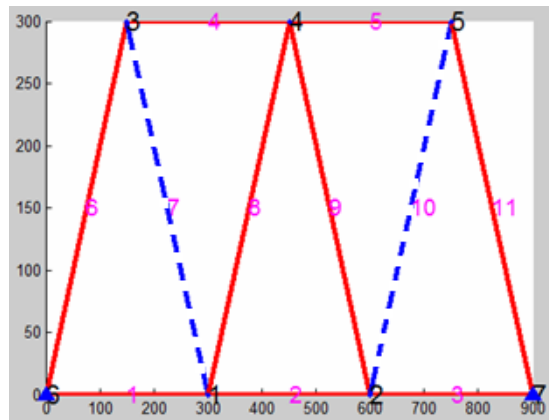


Figura 3. 7. Armadura 2D, caso multidaño.

Los valores numéricos de las formas modales de la estructura con daño y sin daño de la armadura se muestran en la tabla 3.8. La energía de deformación de cada barra en cada modo es calculada con la ecuación (2.20) y presentada en la tabla 3.9.

Tabla 3. 8. Valores numéricos de las formas modales de la armadura (caso multidaño) con daño y sin daño.

| | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\{\phi_j\}_{sin\ daño}$ | = | | | | | | | | | |
| | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 |
| gdl 1 | -0.0262 | 0.2201 | 0.1403 | 0.6025 | 0.2152 | -0.0168 | 0.1991 | -0.0282 | 0.6607 | 0.0034 |
| gdl 2 | -0.4994 | -0.0668 | -0.4981 | 0.2654 | -0.1045 | 0.0190 | -0.2989 | -0.4542 | -0.0022 | 0.1923 |
| gdl 3 | 0.0262 | 0.2201 | 0.1403 | 0.6025 | -0.2152 | 0.0168 | 0.1991 | 0.0282 | -0.6607 | 0.0034 |
| gdl 4 | -0.4994 | 0.0668 | 0.4981 | -0.2654 | -0.1045 | 0.0190 | 0.2989 | -0.4542 | -0.0022 | -0.1923 |
| gdl 5 | 0.1391 | 0.5383 | -0.0697 | -0.2408 | 0.2808 | 0.6183 | 0.0856 | -0.1816 | -0.0856 | 0.4659 |
| gdl 6 | -0.2628 | -0.1059 | -0.4392 | -0.0725 | -0.4417 | 0.3408 | 0.5879 | 0.3968 | 0.1808 | -0.0877 |
| gdl 7 | 0.0000 | 0.5406 | -0.2627 | -0.0804 | -0.0000 | -0.0000 | -0.1904 | -0.0000 | -0.0000 | -0.6903 |
| gdl 8 | -0.5683 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.5810 | -0.0414 | 0.0000 | 0.4525 | -0.2169 | 0.0000 |
| gdl 9 | -0.1391 | 0.5383 | -0.0697 | -0.2408 | -0.2808 | -0.6183 | 0.0856 | 0.1816 | 0.0856 | 0.4659 |
| gdl 10 | -0.2628 | 0.1059 | 0.4392 | 0.0725 | -0.4417 | 0.3408 | -0.5879 | 0.3968 | 0.1808 | 0.0877 |

| | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\{\phi_j\}_{con\ daño}$ | = | | | | | | | | | |
| | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 |
| gdl 1 | -0.0253 | 0.2090 | 0.1540 | 0.1984 | 0.6078 | 0.0163 | 0.1871 | -0.0737 | 0.6660 | 0.0204 |
| gdl 2 | -0.5052 | -0.0464 | -0.5084 | -0.0811 | 0.2600 | -0.0185 | -0.3063 | 0.4510 | 0.0630 | 0.1672 |
| gdl 3 | 0.0253 | 0.2090 | 0.1540 | -0.1984 | 0.6078 | -0.0163 | 0.1871 | 0.0737 | -0.6660 | 0.0204 |
| gdl 4 | -0.5052 | 0.0464 | 0.5084 | -0.0811 | -0.2600 | -0.0185 | 0.3063 | 0.4510 | 0.0630 | -0.1672 |
| gdl 5 | 0.1329 | 0.5414 | -0.0578 | 0.2919 | -0.2384 | -0.6184 | 0.0711 | -0.1744 | -0.0551 | 0.4673 |
| gdl 6 | -0.2512 | -0.1102 | -0.4284 | -0.4695 | -0.0562 | -0.3408 | 0.5993 | -0.3893 | 0.1164 | -0.0434 |
| gdl 7 | 0.0000 | 0.5457 | -0.2490 | 0.0000 | -0.0772 | -0.0000 | -0.1182 | 0.0000 | -0.0000 | -0.7090 |
| gdl 8 | -0.5716 | 0.0000 | 0.0000 | 0.5448 | 0.0000 | 0.0403 | -0.0000 | -0.4674 | -0.2680 | -0.0000 |
| gdl 9 | -0.1329 | 0.5414 | -0.0578 | -0.2919 | -0.2384 | 0.6184 | 0.0711 | -0.1744 | 0.0551 | 0.4673 |
| gdl 10 | -0.2512 | 0.1102 | 0.4284 | -0.4695 | 0.0562 | -0.3408 | -0.5993 | -0.3893 | 0.1164 | 0.0434 |

Tabla 3. 9. Valores numéricos de la energía de deformación modal de la armadura (caso multidaño) de cada barra.

| | | | | | | | | | | |
|-----------------------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|----------|
| $\{U_j\}_{sin\ daño}$ | = | | | | | | | | | |
| | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 |
| barra 1 | 0.1554 | 10.9418 | 4.4428 | 81.9831 | 10.4531 | 0.0634 | 8.9530 | 0.1795 | 98.5608 | 0.0027 |
| barra 2 | 0.6215 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 41.8124 | 0.2537 | 0.0000 | 0.7180 | 394.2432 | 0.0000 |
| barra 3 | 0.1554 | 10.9418 | 4.4428 | 81.9831 | 10.4531 | 0.0634 | 8.9530 | 0.1795 | 98.5608 | 0.0027 |
| barra 4 | 4.3711 | 0.0012 | 8.4112 | 5.8142 | 17.8039 | 86.3370 | 17.1979 | 7.4503 | 1.6554 | 301.8711 |
| barra 5 | 4.3711 | 0.0012 | 8.4112 | 5.8142 | 17.8039 | 86.3370 | 17.1979 | 7.4503 | 1.6554 | 301.8711 |
| barra 6 | 6.0364 | 4.3065 | 36.3095 | 6.0107 | 14.6732 | 68.2661 | 64.2665 | 15.1314 | 3.0756 | 3.4081 |
| barra 7 | 3.8248 | 6.3461 | 4.3388 | 1.1345 | 22.1251 | 0.0030 | 143.8319 | 139.0901 | 49.9746 | 42.2272 |
| barra 8 | 0.5030 | 8.3274 | 14.2125 | 59.5146 | 53.9781 | 0.4372 | 1.7525 | 137.0217 | 47.9873 | 46.9743 |
| barra 9 | 0.5030 | 8.3274 | 14.2125 | 59.5146 | 53.9781 | 0.4372 | 1.7525 | 137.0217 | 47.9873 | 46.9743 |
| barra 10 | 3.8248 | 6.3461 | 4.3388 | 1.1345 | 22.1251 | 0.0030 | 143.8319 | 139.0901 | 49.9746 | 42.2272 |
| barra 11 | 6.0364 | 4.3065 | 36.3095 | 6.0107 | 14.6732 | 68.2661 | 64.2665 | 15.1314 | 3.0756 | 3.4081 |

| | | | | | | | | | | |
|-----------------------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|----------|
| $\{U_j\}_{con\ daño}$ | = | | | | | | | | | |
| | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 |
| barra 1 | 0.1442 | 9.8601 | 5.3572 | 8.8904 | 83.4261 | 0.0600 | 7.9064 | 1.2257 | 100.1571 | 0.0941 |
| barra 2 | 0.5767 | 0.0000 | 0.0000 | 35.5615 | 0.0000 | 0.2402 | 0.0000 | 4.9027 | 400.6285 | 0.0000 |
| barra 3 | 0.1442 | 9.8601 | 5.3572 | 8.8904 | 83.4261 | 0.0600 | 7.9064 | 1.2257 | 100.1571 | 0.0941 |
| barra 4 | 3.9909 | 0.0042 | 8.2591 | 19.2461 | 5.8663 | 86.3654 | 8.0899 | 6.8654 | 0.6847 | 312.4677 |
| barra 5 | 3.9909 | 0.0042 | 8.2591 | 19.2461 | 5.8663 | 86.3654 | 8.0899 | 6.8654 | 0.6847 | 312.4677 |
| barra 6 | 5.5143 | 4.1625 | 33.7832 | 16.9126 | 4.9716 | 68.2626 | 65.1131 | 14.7436 | 1.2774 | 5.8481 |
| barra 7 | 4.9429 | 8.5480 | 5.5838 | 30.6030 | 1.8481 | 0.0039 | 150.0306 | 150.2410 | 27.6943 | 30.4485 |
| barra 8 | 0.4662 | 7.4554 | 15.2129 | 44.8141 | 58.6497 | 0.4139 | 3.8136 | 125.5819 | 71.2251 | 45.7151 |
| barra 9 | 0.4662 | 7.4554 | 15.2129 | 44.8141 | 58.6497 | 0.4139 | 3.8136 | 125.5819 | 71.2251 | 45.7151 |
| barra 10 | 4.9429 | 8.5480 | 5.5838 | 30.6030 | 1.8481 | 0.0039 | 150.0306 | 150.2410 | 27.6943 | 30.4485 |
| barra 11 | 5.5143 | 4.1625 | 33.7832 | 16.9126 | 4.9716 | 68.2626 | 65.1131 | 14.7436 | 1.2774 | 5.8481 |

La diferencia de energía entre estos dos estados de la estructura de cada barra con su respectivo modo se obtiene con la ecuación (2.22) y los valores numéricos se muestran en la tabla 3.10.

Tabla 3. 10. Diferencia de energía deformación de la armadura (caso multidaño) de cada barra con su respectivo modo.

$$\Delta U_{ij} =$$

| | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 |
|----------|---------|---------|---------|----------|----------|---------|---------|----------|----------|----------|
| barra 1 | 0.0112 | 1.0817 | -0.9143 | 73.0927 | -72.9730 | 0.0034 | 1.0466 | -1.0462 | -1.5963 | -0.0914 |
| barra 2 | 0.0448 | 0.0000 | 0.0000 | -35.5615 | 41.8124 | 0.0135 | -0.0000 | -4.1848 | -6.3853 | 0.0000 |
| barra 3 | 0.0112 | 1.0817 | -0.9143 | 73.0927 | -72.9730 | 0.0034 | 1.0466 | -1.0462 | -1.5963 | -0.0914 |
| barra 4 | 0.3803 | -0.0031 | 0.1520 | -13.4319 | 11.9376 | -0.0284 | 9.1081 | 0.5849 | 0.9707 | -10.5966 |
| barra 5 | 0.3803 | -0.0031 | 0.1520 | -13.4319 | 11.9376 | -0.0284 | 9.1081 | 0.5849 | 0.9707 | -10.5966 |
| barra 6 | 0.5221 | 0.1440 | 2.5264 | -10.9020 | 9.7016 | 0.0035 | -0.8466 | 0.3878 | 1.7982 | -2.4400 |
| barra 7 | -1.1181 | -2.2019 | -1.2450 | -29.4685 | 20.2770 | -0.0009 | -6.1986 | -11.1508 | 22.2803 | 11.7787 |
| barra 8 | 0.0369 | 0.8720 | -1.0004 | 14.7006 | -4.6716 | 0.0233 | -2.0610 | 11.4398 | -23.2378 | 1.2592 |
| barra 9 | 0.0369 | 0.8720 | -1.0004 | 14.7006 | -4.6716 | 0.0233 | -2.0610 | 11.4398 | -23.2378 | 1.2592 |
| barra 10 | -1.1181 | -2.2019 | -1.2450 | -29.4685 | 20.2770 | -0.0009 | -6.1986 | -11.1508 | 22.2803 | 11.7787 |
| barra 11 | 0.5221 | 0.1440 | 2.5264 | -10.9020 | 9.7016 | 0.0035 | -0.8466 | 0.3878 | 1.7982 | -2.4400 |

La mayor diferencia en la energía de deformación en las barra 7 y 10 se presenta en los modos 1, 2, 9 y 10, por lo que se asume la presencia de daño en estas barras.

Del método de energía de deformación modal se puede concluir que es un método capaz de detectar daño en armaduras en 2D y puede ser aplicable en daño simple o multidaño. Se extrapoló este método para un marco plano a cortante, los resultados obtenidos se presentan a continuación.

▪ *Marco plano a cortante.*

Las siguientes propiedades son tomadas en cuenta (figura 3.8):

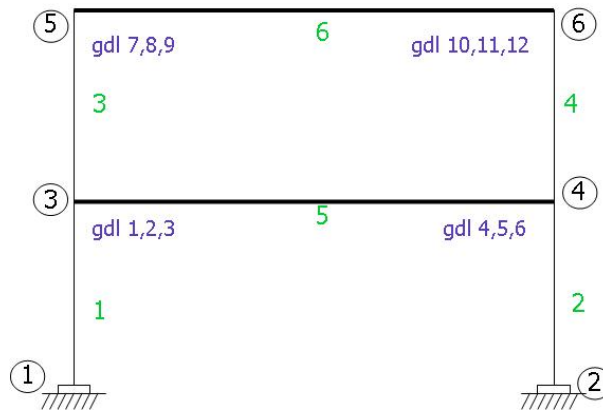


Figura 3. 8. Marco plano a cortante.

- Longitud de las columnas 300 cm. Longitud de las vigas 600 cm.
- Módulo de elasticidad, $E = 2038.9019 \text{ kg/cm}^2$.
- Área en columnas y vigas, $A = 66.45 \text{ cm}^2$.
- Inercia en columnas, $I = 21227.803 \text{ cm}^4$
- Elementos 6 y 5 son infinitamente rígidos. $I = 999999 \text{ cm}^4$.

El elemento 4 tendrá una reducción del 70% de su inercia, esto con la finalidad de reducir su rigidez del elemento y simular daño en este miembro.

Los valores numéricos de las formas modales de la estructura con daño y sin daño se muestran en la tabla 3.11.

Tabla 3. 11. Valores de las formas modales del marco con daño y sin daño.

| | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|---------|--|
| $\{\phi_j\}_{sin\ daño}$ | | | | | | | | | | | | | |
| | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 | Modo 11 | Modo 12 | |
| gdl 1 | 23.3186 | -31.8854 | 0.0007 | 2.2944 | 39.0890 | -6.1481 | -0.0001 | -0.2075 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | |
| gdl 2 | 1.0473 | 2.2555 | -23.7792 | 23.5726 | 0.0000 | 0.0001 | -31.6128 | 31.6986 | 0.0000 | 0.0000 | 0.1319 | 0.0000 | |
| gdl 3 | -0.0035 | -0.0075 | -0.0000 | -0.0786 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.1056 | -39.5695 | -0.0000 | 39.5693 | 0.0000 | |
| gdl 4 | 23.3186 | -31.8854 | 0.0007 | 2.2944 | -39.0889 | 6.1481 | -0.0001 | -0.2075 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | |
| gdl 5 | -1.0472 | -2.2555 | -23.7920 | -23.5594 | 0.0000 | 0.0001 | -31.6325 | -31.6792 | 0.0000 | -0.0000 | -0.1319 | -0.0000 | |
| gdl 6 | -0.0035 | -0.0075 | -0.0000 | -0.0786 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.1056 | 39.5695 | 0.0000 | 39.5693 | 0.0000 | |
| gdl 7 | 36.8708 | 26.6670 | -0.0010 | -4.1380 | 7.0992 | 45.1360 | 0.0000 | -0.0393 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | |
| gdl 8 | 1.3286 | 3.7670 | -36.5048 | 36.3834 | 0.0000 | 0.0000 | 27.4570 | -27.3705 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.1523 | |
| gdl 9 | -0.0044 | -0.0126 | -0.0000 | -0.1212 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0912 | 0.0000 | -45.6912 | -0.0000 | 45.6909 | |
| gdl 10 | 36.8703 | 26.6667 | -0.0011 | -4.1379 | -7.0993 | -45.1366 | -0.0001 | -0.0393 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | |
| gdl 11 | -1.3284 | -3.7670 | -36.5249 | -36.3636 | 0.0000 | 0.0000 | 27.4737 | 27.3533 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.1523 | |
| gdl 12 | -0.0044 | -0.0126 | -0.0000 | -0.1212 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0912 | -0.0000 | 45.6912 | -0.0000 | 45.6909 | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|---------|--|
| $\{\phi_j\}_{con\ daño}$ | | | | | | | | | | | | | |
| | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 | Modo 11 | Modo 12 | |
| gdl 1 | 20.3108 | -33.2642 | 0.0001 | 0.0772 | 39.8655 | -4.8116 | -0.0001 | -0.2015 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | |
| gdl 2 | 0.9413 | 0.9875 | -23.7773 | 23.6579 | 0.4133 | -0.3773 | -31.6126 | 31.7000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.1319 | 0.0000 | |
| gdl 3 | -0.0031 | -0.0033 | -0.0000 | -0.0788 | -0.0014 | 0.0013 | -0.0000 | -0.1056 | -39.5695 | -0.0000 | 39.5693 | 0.0000 | |
| gdl 4 | 19.8089 | -34.9078 | 0.0007 | 1.7197 | -38.7855 | 3.6354 | -0.0001 | -0.2348 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | |
| gdl 5 | -0.9420 | -0.9881 | -23.7931 | -23.6417 | -0.4134 | 0.3766 | -31.6333 | -31.6795 | -0.0000 | -0.0000 | -0.1319 | -0.0000 | |
| gdl 6 | -0.0031 | -0.0033 | -0.0000 | -0.0788 | -0.0014 | 0.0013 | -0.0000 | -0.1056 | 39.5695 | 0.0000 | 39.5693 | 0.0000 | |
| gdl 7 | 39.0886 | 22.2280 | -0.0020 | -1.7528 | 4.2091 | 46.1798 | -0.0001 | -0.0519 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | |
| gdl 8 | 1.2040 | 1.8673 | -36.5028 | 36.5267 | 0.6603 | -0.6239 | 27.4561 | -27.3695 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.1523 | |
| gdl 9 | -0.0040 | -0.0062 | -0.0000 | -0.1217 | -0.0022 | 0.0021 | 0.0000 | 0.0912 | 0.0000 | -45.6912 | -0.0000 | 45.6909 | |
| gdl 10 | 39.6098 | 23.9079 | -0.0017 | -3.1902 | -5.6138 | -44.6446 | 0.0003 | 0.0008 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | |
| gdl 11 | -1.2054 | -1.8683 | -36.5276 | -36.5021 | -0.6604 | 0.6235 | 27.4737 | 27.3514 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.1523 | |
| gdl 12 | -0.0040 | -0.0062 | -0.0000 | -0.1217 | -0.0022 | 0.0021 | 0.0000 | 0.0912 | -0.0000 | 45.6912 | -0.0000 | 45.6909 | |

La energía de deformación modal de cada elemento es obtenida usando la ecuación (2.20) y se presentan los valores numéricos en la tabla 3.12.

La diferencia de energía entre estos dos estados de la estructura de cada elemento con su respectivo modo se obtiene con la ecuación (2.22) y los valores numéricos se muestran en la tabla 3. 13.

Se observa en la tabla 3.13 que la mayor diferencia de la energía de deformación esta presente en el elemento 3, lo cual es incorrecto, debido a que el daño fue simulado en el elemento 4, aún teniendo una disminución exagerada del momento de inercia en este miembro. Por lo tanto se deberá hacer una adecuación en el método o simplemente este método no puede extrapolarse a la detección de daño en marcos planos.

Tabla 3. 12. Energía de deformación de cada elemento con su respectivo modo del marco.

$$\{U_j\}_{sin\ daño} =$$

| | | | | | | | | | | | | |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1.0e+017 | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 | Modo 11 | Modo 12 |
| elemn 1 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 |
| elemn 2 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0027 | 0.0000 | 0.0027 | 0.0000 |
| elemn 3 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0008 | -0.0042 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0028 | -0.0016 | -0.0000 | 0.7094 | -0.0000 | 0.7118 |
| elemn 4 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| elemn 5 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0053 | -0.0000 |
| elemn 6 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.7094 | 0.0000 | 2.1212 |

$$\{U_j\}_{con\ daño} =$$

| | | | | | | | | | | | | |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1.0e+017 | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 | Modo 11 | Modo 12 |
| elemn 1 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 |
| elemn 2 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0027 | 0.0000 | 0.0027 | 0.0000 |
| elemn 3 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0008 | -0.0043 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0028 | -0.0016 | -0.0000 | 0.7094 | 0.0000 | 0.7118 |
| elemn 4 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| elemn 5 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0053 | -0.0000 |
| elemn 6 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.7094 | 0.0000 | 2.1212 |

Tabla 3. 13. Diferencia de energía deformación de cada barra con su respectivo modo del marco.

$$\Delta U_{ij} =$$

| | | | | | | | | | | | | |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1.0e+012 | Modo 1 | Modo 2 | Modo 3 | Modo 4 | Modo 5 | Modo 6 | Modo 7 | Modo 8 | Modo 9 | Modo 10 | Modo 11 | Modo 12 |
| elemn 1 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 |
| elemn 2 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| elemn 3 | -0.1034 | -3.3962 | -0.0276 | 3.2920 | 0.1385 | 0.1231 | -0.0125 | -0.0139 | -0.0006 | 0.0010 | -0.0003 | -0.0001 |
| elemn 4 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| elemn 5 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 |
| elemn 6 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0000 | -0.0000 | 0.0000 | -0.0004 | 0.0000 | 0.0004 |

3.4 Aplicación del POD.

Se aplicará el POD en el marco del ejemplo anterior (figura 3.8) con las siguientes propiedades:

- Longitud de las columnas 300 cm. Longitud de las vigas 600 cm.
- Módulo de elasticidad, $E = 2038.9019 \text{ kg/cm}^2$.
- Área en columnas y vigas, $A = 66.45 \text{ cm}^2$.
- Inercia en columnas, $I = 21227.803 \text{ cm}^4$.
- Elementos 6 y 5 son infinitamente rígidos. $I = 999999 \text{ cm}^4$.

El POD provee una base para la respuesta modal de datos obtenidos en el transcurso de un experimento. Puede ser utilizado para identificar la respuesta oscilante de sistemas dinámicos con ayuda de sensores. Por lo tanto entre mayor información se tenga de la estructura los resultados obtenidos serán mas confiables. Por esta razón cada elemento de este marco estará discretizado en dos subelementos. Así el marco en estudio será el mostrado en la figura 3.9, los puntos i de la localización de los sensores se representan con los círculos rellenos, por otra parte los nodos de los marcos serán los círculos huecos.

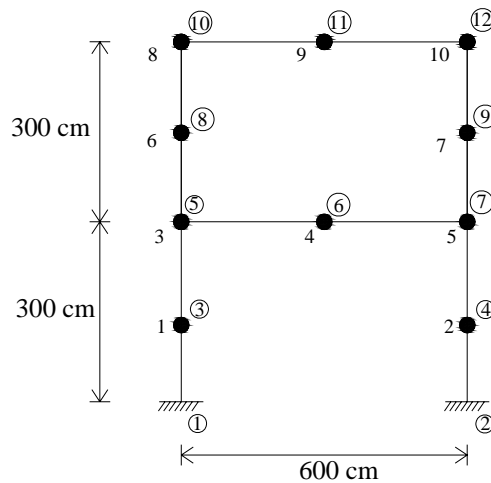


Figura 3. 9. Marco plano a cortante.

Del POD se obtiene fácilmente los POMs (Proper Orthogonal Modes) que captura la energía de cada modo. La distribución de energía entre los POMs se define con el POV (Proper Orthogonal Values) que provee un índice de participación (o energía) del correspondiente modo el cual ayuda para identificar los modos más importantes. En base a los POMs y el POV de los estados sin daño y dañado de la estructura se procedió a la detección de daño. Los eigenvectores de R son los POMs y el eigenvalor los POVs del sistema, estos al compararlos con los dos estados del sistema (sin daño y con daño) se puede localizar el daño.

Se simula el daño reduciendo un 20% la inercia de la columna de los nodos 5, 8, 10, esto con la finalidad de reducir la rigidez del miembro. El movimiento de aceleración que estará sujeto el marco será un ruido blanco por un tiempo de 50 segundos, (figura 3.10). El ruido blanco no contiene una frecuencia definida, es decir, tiene una serie de frecuencias uniforme, esto con la finalidad de excitar todos los modos posibles de la estructura con la misma cantidad de energía.

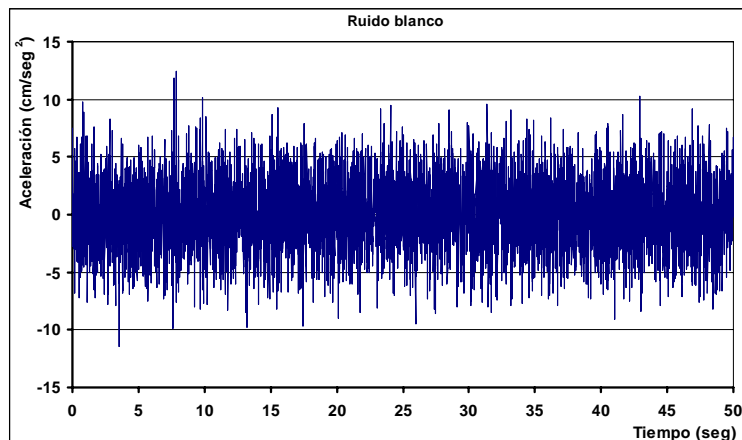


Figura 3. 10. Ruido Blanco.

El primer paso es encontrar la respuesta en cada punto i del marco ante el ruido blanco. Los desplazamientos horizontales con daño y sin daño de cada punto i se presentan en la tabla 3.14.

Tabla 3. 14. Desplazamientos horizontales del marco sin daño y con daño.

| | | d_i sin daño | | | | | | | |
|----------|--------------|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | N = 10 | | | | | | | |
| | Tiempo (seg) | Sensor 1 | Sensor 2 | Sensor 3 | Sensor 4 | ... | Sensor 9 | Sensor 10 | |
| | | Sensor 1 | Sensor 2 | Sensor 3 | Sensor 4 | ... | Sensor 9 | Sensor 10 | |
| M = 5000 | 1 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 0.00E+00 | 0.00E+00 | |
| | 2 | 0 | 0 | -0.0001 | -0.0001 | ... | -0.0001 | -0.0001 | |
| | 3 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | ... | -4.00E-04 | -4.00E-04 | |
| | 4 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 5 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 6 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -2.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 7 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 8 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | ... | 3.00E-04 | 3.00E-04 | |
| | 9 | 0 | 0 | -0.0001 | -0.0001 | ... | -0.0001 | -0.0001 | |
| | 10 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | ... | -4.00E-04 | -4.00E-04 | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | 4991 | 49.91 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4992 | 49.92 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -2.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4993 | 49.93 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4994 | 49.94 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 |
| | 4995 | 49.95 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | ... | -3.00E-04 | -3.00E-04 |
| | 4996 | 49.96 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -2.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4997 | 49.97 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 |
| | 4998 | 49.98 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 0.00E+00 | 0.00E+00 |
| | 4999 | 49.99 | -0.0001 | -0.0001 | -0.0003 | -0.0003 | ... | -0.0005 | -0.0005 |
| | 5000 | 50 | 0 | 0 | -0.0001 | -0.0001 | ... | -0.0001 | -0.0001 |
| | | d_i promedio | | | | | | | |
| | | N = 10 | | | | | | | |
| | | -1.31E-08 | -1.31E-08 | -2.62E-08 | -2.64E-08 | ... | -4.22E-08 | -4.20E-08 | |

| | | d_i con daño | | | | | | | |
|----------|--------------|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | N = 10 | | | | | | | |
| | Tiempo (seg) | Sensor 1 | Sensor 2 | Sensor 3 | Sensor 4 | ... | Sensor 9 | Sensor 10 | |
| | | Sensor 1 | Sensor 2 | Sensor 3 | Sensor 4 | ... | Sensor 9 | Sensor 10 | |
| M = 5000 | 1 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 0.00E+00 | 0.00E+00 | |
| | 2 | 0 | 0 | -0.0001 | -0.0001 | ... | -0.0001 | -0.0001 | |
| | 3 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | ... | -4.00E-04 | -4.00E-04 | |
| | 4 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 5 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 6 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 7 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 0.00E+00 | 0.00E+00 | |
| | 8 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | ... | 3.00E-04 | 3.00E-04 | |
| | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | ... | 0 | 0 | |
| | 10 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | ... | -4.00E-04 | -4.00E-04 | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | 4991 | 49.91 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 |
| | 4992 | 49.92 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4993 | 49.93 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -3.00E-04 | -3.00E-04 |
| | 4994 | 49.94 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 |
| | 4995 | 49.95 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4996 | 49.96 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -2.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4997 | 49.97 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4998 | 49.98 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 0.00E+00 | 0.00E+00 |
| | 4999 | 49.99 | -0.0001 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0002 | ... | -0.0003 | -0.0003 |
| | 5000 | 5000 | -0.0001 | -0.0001 | -0.0001 | -0.0001 | ... | -0.0002 | -0.0002 |
| | | d_i promedio | | | | | | | |
| | | N = 10 | | | | | | | |
| | | -1.09E-08 | -1.11E-08 | -2.19E-08 | -2.22E-08 | ... | -4.22E-08 | -4.18E-08 | |

Aplicando la ecuación (2.24) tenemos la matriz A, presentada en la tabla 3.15.

Tabla 3. 15. Matriz A del marco sin daño y con daño.

| | | Matriz A sin daño | | | | | | | |
|----------|--------------|-------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | N = 10 | | | | | | | |
| | Tiempo (seg) | Sensor 1 | Sensor 2 | Sensor 3 | Sensor 4 | ... | Sensor 9 | Sensor 10 | |
| | | Sensor 1 | Sensor 2 | Sensor 3 | Sensor 4 | ... | Sensor 9 | Sensor 10 | |
| M = 5000 | 1 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 0.00E+00 | 0.00E+00 | |
| | 2 | 0 | 0 | -0.0001 | -0.0001 | ... | -0.0001 | -0.0001 | |
| | 3 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | ... | -4.00E-04 | -4.00E-04 | |
| | 4 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 5 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 6 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -2.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 7 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 8 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | ... | 3.00E-04 | 3.00E-04 | |
| | 9 | 0 | 0 | -0.0001 | -0.0001 | ... | -0.0001 | -0.0001 | |
| | 10 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | ... | -4.00E-04 | -4.00E-04 | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | 4991 | 49.91 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4992 | 49.92 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -2.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4993 | 49.93 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4994 | 49.94 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 |
| | 4995 | 49.95 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | ... | -3.00E-04 | -3.00E-04 |
| | 4996 | 49.96 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -2.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4997 | 49.97 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 |
| | 4998 | 49.98 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 0.00E+00 | 0.00E+00 |
| | 4999 | 49.99 | -0.0001 | -0.0001 | -0.0003 | -0.0003 | ... | -0.0005 | -0.0005 |
| | 5000 | 50 | 0 | 0 | -0.0001 | -0.0001 | ... | -0.0001 | -0.0001 |

| | | Matriz A con daño | | | | | | | |
|----------|--------------|-------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | N = 10 | | | | | | | |
| | Tiempo (seg) | Sensor 1 | Sensor 2 | Sensor 3 | Sensor 4 | ... | Sensor 9 | Sensor 10 | |
| | | Sensor 1 | Sensor 2 | Sensor 3 | Sensor 4 | ... | Sensor 9 | Sensor 10 | |
| M = 5000 | 1 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 0.00E+00 | 0.00E+00 | |
| | 2 | 0 | 0 | -0.0001 | -0.0001 | ... | -0.0001 | -0.0001 | |
| | 3 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | ... | -4.00E-04 | -4.00E-04 | |
| | 4 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 5 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 6 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 7 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 0.00E+00 | 0.00E+00 | |
| | 8 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | ... | 3.00E-04 | 3.00E-04 | |
| | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | ... | 0 | 0 | |
| | 10 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | ... | -4.00E-04 | -4.00E-04 | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | 4991 | 49.91 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 |
| | 4992 | 49.92 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4993 | 49.93 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -3.00E-04 | -3.00E-04 |
| | 4994 | 49.94 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 1.00E-04 | 1.00E-04 |
| | 4995 | 49.95 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4996 | 49.96 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | ... | -2.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4997 | 49.97 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4998 | 49.98 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | ... | 0.00E+00 | 0.00E+00 |
| | 4999 | 49.99 | -0.0001 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0002 | ... | -0.0003 | -0.0003 |
| | 5000 | 5000 | -0.0001 | -0.0001 | -0.0001 | -0.0001 | ... | -0.0002 | -0.0002 |

La matriz R se obtiene aplicando la ecuación (2.25) y los valores numéricos se muestran en la tabla 3.16

Tabla 3. 16. Matriz R del marco sin daño y con daño.

| Matriz: R sin daño | | | | | | | | | | | |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--|
| N = 10 | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
| 1 | 1.07E-08 | 1.07E-08 | 2.14E-08 | 2.15E-08 | 2.14E-08 | 2.79E-08 | 2.79E-08 | 3.40E-08 | 3.41E-08 | 3.40E-08 | |
| 2 | 1.07E-08 | 1.07E-08 | 2.14E-08 | 2.15E-08 | 2.14E-08 | 2.79E-08 | 2.79E-08 | 3.40E-08 | 3.41E-08 | 3.40E-08 | |
| 3 | 2.14E-08 | 2.14E-08 | 4.30E-08 | 4.32E-08 | 4.30E-08 | 5.59E-08 | 5.59E-08 | 6.82E-08 | 6.83E-08 | 6.82E-08 | |
| 4 | 2.15E-08 | 2.15E-08 | 4.32E-08 | 4.34E-08 | 4.32E-08 | 5.62E-08 | 5.62E-08 | 6.85E-08 | 6.88E-08 | 6.82E-08 | |
| 5 | 2.14E-08 | 2.14E-08 | 4.30E-08 | 4.32E-08 | 4.30E-08 | 5.59E-08 | 5.59E-08 | 6.82E-08 | 6.83E-08 | 6.82E-08 | |
| 6 | 2.79E-08 | 2.79E-08 | 5.59E-08 | 5.62E-08 | 5.59E-08 | 7.28E-08 | 7.28E-08 | 8.87E-08 | 8.92E-08 | 8.87E-08 | |
| 7 | 2.79E-08 | 2.79E-08 | 5.59E-08 | 5.62E-08 | 5.59E-08 | 7.28E-08 | 7.28E-08 | 8.87E-08 | 8.92E-08 | 8.87E-08 | |
| 8 | 3.40E-08 | 3.40E-08 | 6.82E-08 | 6.83E-08 | 6.82E-08 | 8.87E-08 | 8.87E-08 | 1.08E-07 | 1.09E-07 | 1.08E-07 | |
| 9 | 3.41E-08 | 3.41E-08 | 6.85E-08 | 6.88E-08 | 6.85E-08 | 8.92E-08 | 8.92E-08 | 1.09E-07 | 1.09E-07 | 1.09E-07 | |
| 10 | 3.40E-08 | 3.40E-08 | 6.82E-08 | 6.83E-08 | 6.82E-08 | 8.87E-08 | 8.87E-08 | 1.08E-07 | 1.09E-07 | 1.08E-07 | |

| Matriz: R con daño | | | | | | | | | | | |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--|
| N = 10 | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
| 1 | 9.50E-09 | 9.70E-09 | 1.91E-08 | 1.94E-08 | 1.95E-08 | 2.87E-08 | 2.83E-08 | 3.72E-08 | 3.71E-08 | 3.67E-08 | |
| 2 | 9.70E-09 | 1.00E-08 | 1.96E-08 | 1.99E-08 | 2.00E-08 | 2.94E-08 | 2.90E-08 | 3.81E-08 | 3.80E-08 | 3.76E-08 | |
| 3 | 1.91E-08 | 1.96E-08 | 3.83E-08 | 3.90E-08 | 3.92E-08 | 5.77E-08 | 5.68E-08 | 7.48E-08 | 7.46E-08 | 7.38E-08 | |
| 4 | 1.94E-08 | 1.99E-08 | 3.90E-08 | 3.96E-08 | 3.99E-08 | 5.87E-08 | 5.78E-08 | 7.60E-08 | 7.58E-08 | 7.50E-08 | |
| 5 | 1.95E-08 | 2.00E-08 | 3.92E-08 | 3.99E-08 | 4.02E-08 | 5.91E-08 | 5.82E-08 | 7.66E-08 | 7.64E-08 | 7.56E-08 | |
| 6 | 2.87E-08 | 2.94E-08 | 5.77E-08 | 5.87E-08 | 5.91E-08 | 8.72E-08 | 8.59E-08 | 1.13E-07 | 1.13E-07 | 1.12E-07 | |
| 7 | 2.83E-08 | 2.90E-08 | 5.68E-08 | 5.78E-08 | 5.82E-08 | 8.72E-08 | 8.45E-08 | 1.11E-07 | 1.11E-07 | 1.10E-07 | |
| 8 | 3.72E-08 | 3.81E-08 | 7.48E-08 | 7.48E-08 | 7.60E-08 | 1.13E-07 | 1.11E-07 | 1.47E-07 | 1.47E-07 | 1.45E-07 | |
| 9 | 3.71E-08 | 3.80E-08 | 7.46E-08 | 7.58E-08 | 7.64E-08 | 1.13E-07 | 1.11E-07 | 1.47E-07 | 1.46E-07 | 1.45E-07 | |
| 10 | 3.67E-08 | 3.76E-08 | 7.38E-08 | 7.50E-08 | 7.56E-08 | 1.12E-07 | 1.10E-07 | 1.45E-07 | 1.45E-07 | 1.43E-07 | |

Los eigenvectores de R son los POMs y el eigenvalor los POVs del sistema. Al hacer una relación de los POMs y de los POVs de la estructura sin daño y con daño se obtienen los valores presentados en la tabla 3.17 y la tabla 3.18 respectivamente.

Tabla 3. 17. Relación de POMs del marco sin daño y con daño.

| POM's sin daño / POM's con daño | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| N = 10 | | | | | | | | | | |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 0.8603 | 0.9917 | 0.9729 | 0.0287 | 0.5544 | 0.0090 | 0.9248 | 0.6948 | 0.7469 | 0.6747 |
| 2 | 0.8813 | 0.9497 | 0.9861 | 0.8182 | 0.9686 | 0.0114 | 0.7118 | 0.8508 | 0.7115 | 0.9432 |
| 3 | 0.8610 | 0.9243 | 0.8053 | 0.4752 | 0.1930 | 0.0264 | 0.3512 | 0.6649 | 0.6529 | 0.3842 |
| 4 | 0.8711 | 0.9504 | 0.7868 | 0.4703 | 0.4488 | 0.1493 | 0.0043 | 0.0046 | 0.0232 | 0.0053 |
| 5 | 0.8818 | 0.9681 | 0.6939 | 0.1945 | 0.0123 | 0.0060 | 0.8878 | 0.9531 | 0.7979 | 0.1411 |
| 6 | 1.0000 | 0.5788 | 0.3526 | 0.6625 | 0.2677 | 0.4196 | 0.0995 | 0.0242 | 0.1623 | 0.3373 |
| 7 | 0.9848 | 0.6012 | 0.7659 | 0.4336 | 0.2977 | 0.7901 | 0.4638 | 0.8988 | 0.6077 | 0.5410 |
| 8 | 0.9394 | 0.9426 | 0.6592 | 0.8554 | 0.1217 | 0.1688 | 0.9025 | 0.4795 | 0.5207 | 0.0621 |
| 9 | 0.9462 | 0.9026 | 0.7423 | 0.2777 | 0.2747 | 0.1012 | 0.0403 | 0.0641 | 0.0545 | 0.0052 |
| 10 | 0.9516 | 0.8794 | 0.7630 | 0.7484 | 0.2425 | 0.6303 | 0.5322 | 0.9556 | 0.2412 | 0.1814 |

El siguiente paso es identificar el modo más importante con ayuda de los POVs. Al observar la tabla 3.18 el mayor cambio se presenta en el modo 6. Si se observan los POMs (tabla 3.17) en el modo 6 se ve que la mayor diferencia se presenta en los puntos $i = 1, 2$ y 5 (nodos = 3, 4 y 7) concluyendo que el método detecta como elemento dañado la barra en los nodos 2, 4 y 7, lo cual es incorrecto. El método de POD propuesto por Galvanetto y Violaris no funciona para detección de daño estructural en este marco plano a cortante.

Tabla 3. 18. Relación de POVs del marco sin daño y con daño.

| POV's sin daño / POV's con daño | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| N = 10 | | | | | | | | | | |
| modo | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 0.8349 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 2 | 0.00 | 0.2455 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 3 | 0.00 | 0.00 | 0.2770 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 4 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.0113 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 5 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.0478 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 6 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.0048 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 7 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.2187 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 8 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.0645 | 0.00 | 0.00 |
| 9 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.0421 | 0.00 |
| 10 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.0763 |

A pesar de que los POMs y POVs al parecer no tienen utilidad en la detección de daño, se observa que las matrices R contienen la repuesta de la estructura en los puntos i , que podrían ser de utilidad para identificar el daño. En la tabla 3.19 muestra las relaciones de las matrices R sin daño y con daño.

Tabla 3. 19. Relación de R sin daño / R con daño.

| R sin daño / R con daño | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| N = 10 | | | | | | | | | | |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 0.8901 | 0.9115 | 0.8906 | 0.9010 | 0.9118 | 0.9699 | 0.9850 | 0.9126 | 0.9192 | 0.9244 |
| 2 | 0.9115 | 0.9335 | 0.9120 | 0.9227 | 0.9338 | 0.9469 | 0.9615 | 0.8908 | 0.8972 | 0.9023 |
| 3 | 0.8906 | 0.9120 | 0.8910 | 0.9014 | 0.9123 | 0.9692 | 0.9842 | 0.9119 | 0.9184 | 0.9237 |
| 4 | 0.9010 | 0.9227 | 0.9014 | 0.9120 | 0.9230 | 0.9579 | 0.9728 | 0.9012 | 0.9077 | 0.9129 |
| 5 | 0.9118 | 0.9338 | 0.9123 | 0.9230 | 0.9341 | 0.9464 | 0.9610 | 0.8902 | 0.8967 | 0.9018 |
| 6 | 0.9699 | 0.9469 | 0.9692 | 0.9579 | 0.9464 | 0.8348 | 0.8477 | 0.7843 | 0.7900 | 0.7945 |
| 7 | 0.9850 | 0.9615 | 0.9842 | 0.9728 | 0.9610 | 0.8477 | 0.8608 | 0.7965 | 0.8022 | 0.8068 |
| 8 | 0.9126 | 0.8908 | 0.9119 | 0.9012 | 0.8902 | 0.7843 | 0.7965 | 0.7365 | 0.7418 | 0.746 |
| 9 | 0.9192 | 0.8972 | 0.9184 | 0.9077 | 0.8967 | 0.7900 | 0.8022 | 0.7418 | 0.7472 | 0.7515 |
| 10 | 0.9244 | 0.9023 | 0.9237 | 0.9129 | 0.9018 | 0.7945 | 0.8068 | 0.7461 | 0.7515 | 0.7558 |

De la tabla 3.19 la mayor diferencia entre los dos estado de la estructura con daño y sin daño se presenta en los puntos $i=1, 3$ y 8 (modos $=3, 5$ y 10) concluyendo que el método detecta como elemento dañado la barra en los nodos $3, 6$ y 8 , lo cual es correcto.

En esta capítulo se han presentado tres métodos diferentes para le detección de daño estructural, todo ellos se basan en conceptos diferentes. El método MAC se basa en cambios de las formas modales. El método de cambios en la energía de deformación modal, como su nombre lo dice se basa en calcular los cambios en la energía de deformación en los elementos. Por último, el método POD se basa en calcular la respuesta oscilante de sistemas dinámicos. Estos métodos fueron aplicados en armaduras y marcos planos a cortante, en todos ellos el procesamiento de la información fue centralizada.

Resumiendo los resultados de estos métodos se tiene:

- MAC. Muestra una correlación entre los modos entre los dos estados de la estructura (estructura sin daño y con daño). Predice daño existente en las estructuras, pero es difícil la localización exacta del daño. Según la clasificación de Rytter se llega al nivel 1 de detección de daño.
- Cambios en la energía de deformación modal. El método identifica la localización daño en armaduras (niveles 2 y 3 de detección de daño según Rytter). Es aplicable a daño simple (daño en un sólo miembro de la estructura) o multidaño (daño en 2 o más elementos). Es muy sensible a pequeñas variaciones en rigideces en los elementos estructurales. Para marcos planos a cortante este método no puede ser aplicado, debido que resultan valores incorrectos.
- POD. Al obtener los POMs y los POVs, este método da resultados erróneos en la localización de daño estructural en marcos planos a cortante, pero con pequeñas adecuaciones si puede ser aplicado y obtienen valores correctos. Llegando a los niveles 2 y 3 según Rytter.

Podemos concluir en este capítulo que el método POD modificado puede ser aplicado a marcos planos a cortante para identificación de daño estructural. El siguiente paso de esta investigación es descentralizar el procesamiento de la información. El POD identifica la respuesta oscilante de sistemas dinámicos con ayuda de sensores. Estos sensores podrían ser sensores inteligentes que pueden descentralizar el procesamiento de la información en este método. El capítulo 4 se presenta la aplicación del método POD de forma descentralizada.

Capítulo

No. 4

Aplicación del
método POD (Proper
Orthogonal
Decomposition) de
forma
descentralizada.

4.1 Generalidades.

En el capítulo anterior se presentó la aplicación de tres métodos para la detección de daño estructural basados en conceptos diferentes. Hasta ahora se ha descrito los principios en que se basan estos métodos además de su campo de aplicación, sus alcances y sus debilidades. Todos estos métodos tratan la información de forma centralizada. Recordando que uno de los objetivos de esta investigación es manejar la información de forma descentralizada se eligió el método POD para cumplir esta meta.

4.2 Aplicación del POD de forma descentralizada

Para la aplicación del POD se necesita la repuesta de vibración de la estructura. Esta información de desplazamientos en cada punto i se obtiene con ayuda de los sensores. Se elaboraron pruebas analíticas para saber la colocación más precisa de los sensores, entre ellas estuvieron los arreglos mostrados en la figura 4.1. En cada una de estos arreglos se simuló daño en columnas y se aplicó la metodología del POD para identificar el daño estructural.

La mejor manera de colocar los sensores para capturar la respuesta ante un movimiento para marcos planos es en las intersecciones viga-columna y en la parte central de cada elemento (figura 4.2).

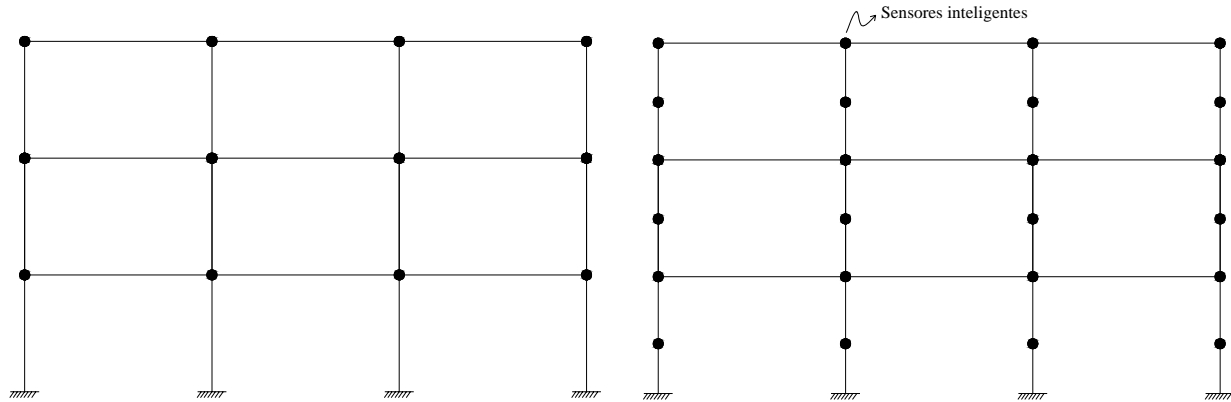


Figura 4. 1. Arreglos de sensores en el marco plano a cortante.

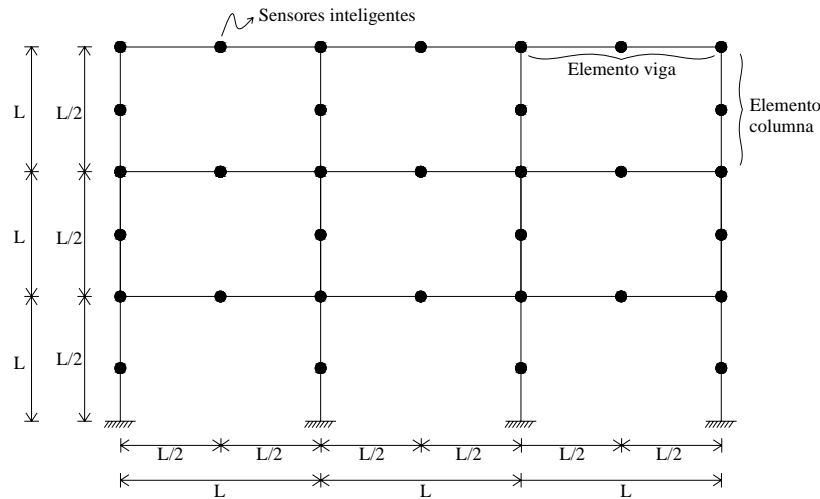


Figura 4. 2. Colocación de los sensores, intersecciones viga-columna y en la parte central de cada elemento.

La detección de daño será de forma descentralizada, es decir, los sensores serán capaces de recolectar la información y poder procesarla ellos mismos. Los sensores que se colocan en las mitades de las vigas y columnas procesarán su información para después comunicársela a los sensores de esquina, por lo tanto únicamente se utilizará la información de los sensores de las uniones viga-columna, debido a que estos contienen la información de sus sensores vecinos.

Para esquematizar el procesamiento de la información se puede observar en la figura 4.3 que los sensores $i = 1, 5, 6$ y 12 pasan su información al sensor 5; los sensores 2, 6, 7, 8 y 13 pasan su información al sensor 7; los sensores 3, 8, 9, 10 y 14 pasan su información al sensor 9; y así sucesivamente. Por lo tanto para detectar el daño se utiliza la información de los sensores 5, 7, 9, 11, 16, 18, 20, 22, 27, 29, 31 y 33 (figura 4.4).

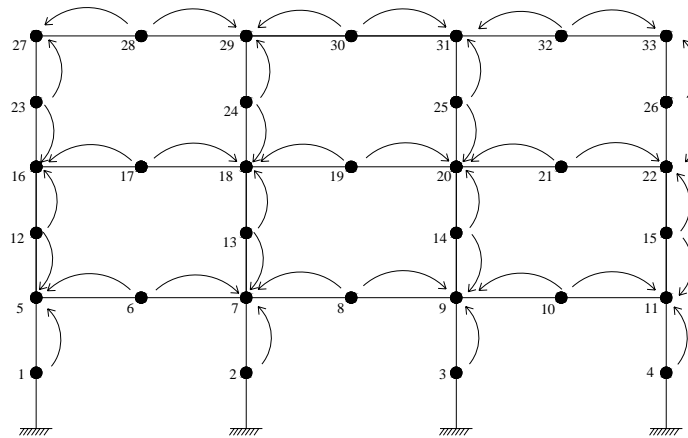


Figura 4. 3. Procesamiento de la información.

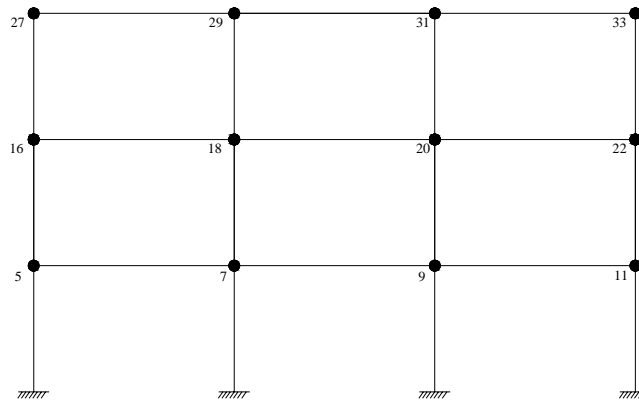


Figura 4. 4. Sensores a utilizar para detectar daño.

Para ejemplificar el POD como método de identificación de daño, se analiza el marco plano a cortante de la figura 4.5. Los puntos i de la localización de los sensores se representan con los círculos rellenos. Por otra parte los nodos de los marcos serán los círculos huecos.

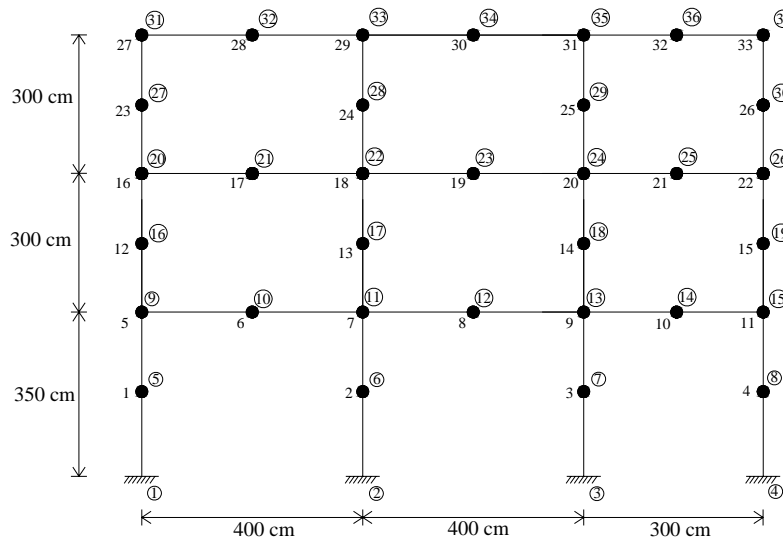


Figura 4. 5 Marco plano a cortante I.

Las siguientes propiedades son tomadas en cuenta (figura 4.6):

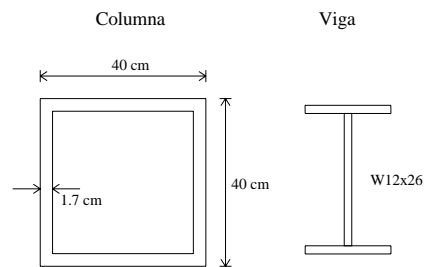


Figura 4. 6. Sección de vigas y columnas del marco I.

Columnas:

Módulo de elasticidad, $E = 2038.9019 \text{ ton/cm}^2$
 Área, $A = 260.44 \text{ cm}^2$
 Peso, $\gamma = 7.849\text{E-}06 \text{ ton/cm}^3$
 Inercia, $I = 63798.25 \text{ cm}^4$

Vigas W12x26:

Módulo de elasticidad, $E = 2038.9019 \text{ ton/cm}^2$
 Área, $A = 49.3547 \text{ cm}^2$
 Peso, $\gamma = 7.849\text{E-}06 \text{ ton/cm}^3$
 Inercia, $I = 99999999 \text{ cm}^4$ (vigas infinitamente rígidas)

Se simula el daño reduciendo un 20% la inercia de la columna de los nodos 9, 16, 20, (figura 4.7) esto con el objetivo de reducir la rigidez del miembro. El movimiento de aceleración a la que fue sujeto el marco es un ruido blanco, con una duración de 50 segundos, (figura 4.8). El ruido blanco no contiene una frecuencia definida, es decir, tiene una serie de frecuencias uniforme, esto con la finalidad de excitar todos los modos posibles de la estructura con la misma cantidad de energía.

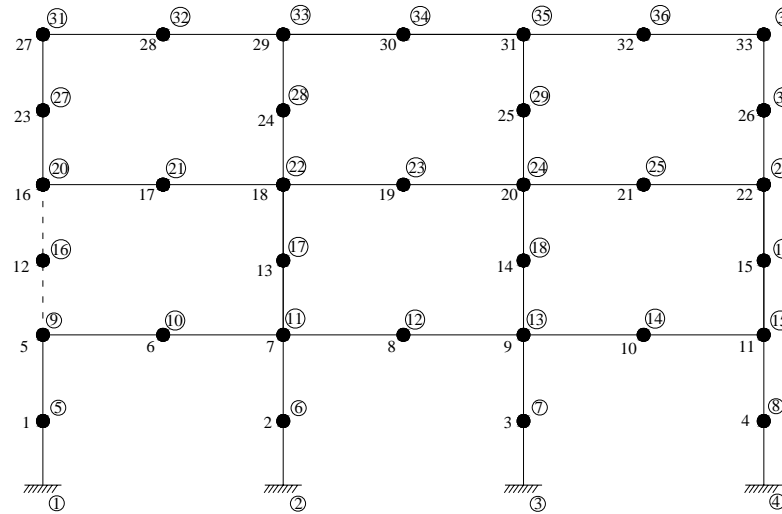


Figura 4. 7. Marco plano a cortante I dañado.

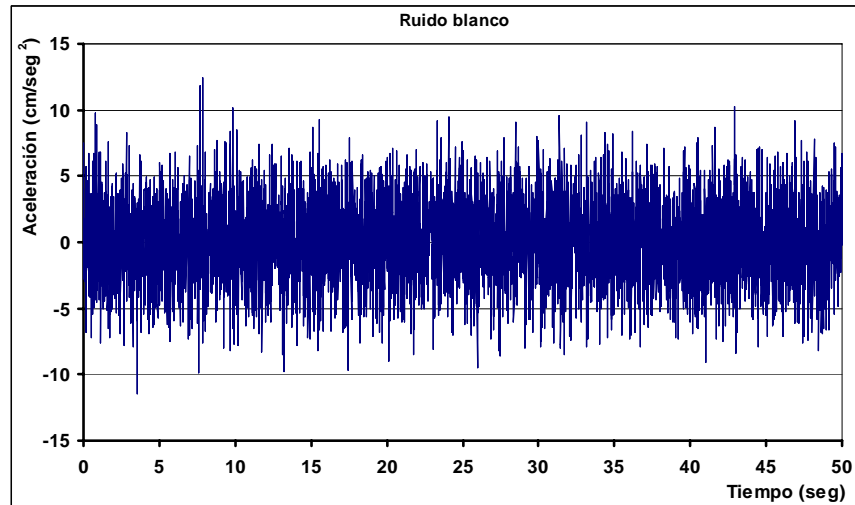


Figura 4. 8. Ruido blanco.

El primer paso es encontrar la respuesta en cada punto i del marco ante el ruido blanco, posteriormente se dañará la columna entre los nodos 9, 16 y 20 y se encontrará la respuesta de los puntos i dañados.

Como se mencionó la detección del daño será de forma descentralizada, por lo tanto el método del POD se aplicará sólo en los sensores de esquina (5, 7, 9, 11, 16, 18, 20, 22, 27, 29, 31 y 33) ya que estos contienen la información de los desplazamientos de todo el marco, (recordar figura 4.2).

Para mostrar la metodología propuesta, se presenta la aplicación del POD sólo en los sensores 5, 7 y 33 elegidos al azar.

Aplicación del POD en el sensor 5 (nodo 9).

La matriz de desplazamientos sin daño y con daño con sus respectivos desplazamientos promedios del sensor 5 se muestran en la tabla 4.1.

Tabla 4. 1. Matriz de desplazamientos del sensor 5. (a) Estructura sin daño. (b) Estructura con daño.

| | | d_i sin daño | | | | | d_i con daño | | | | |
|----------|------|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------------|-----------|-----------|-----------|--|
| | | N = 4 | | | | | N = 4 | | | | |
| | | Sensor 5 | | | | | Sensor 5 | | | | |
| | | Tiempo (seg) | Sensor 1 | Sensor 5 | Sensor 6 | Sensor 12 | Sensor 1 | Sensor 5 | Sensor 6 | Sensor 12 | |
| M = 5000 | 1 | 0.01 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 2 | 0.02 | -0.0002 | -0.0003 | -0.0003 | -0.0004 | -0.0002 | -0.0003 | -0.0003 | -0.0004 | |
| | 3 | 0.03 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4 | 0.04 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 5 | 0.05 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 6 | 0.06 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 2.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 2.00E-04 | |
| | 7 | 0.07 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 8 | 0.08 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 9 | 0.09 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0003 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0003 | |
| | 10 | 0.1 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | 4991 | 49.91 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | |
| | 4992 | 49.92 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4993 | 49.93 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4994 | 49.94 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4995 | 49.95 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4996 | 49.96 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4997 | 49.97 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4998 | 49.98 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4999 | 49.99 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0003 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0003 | |
| | 5000 | 50 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0003 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0003 | -0.0003 | |
| | | d_i promedio | | | | | d_i promedio | | | | |
| | | | -1.61E-08 | -3.22E-08 | -3.22E-08 | -3.95E-08 | -1.72E-08 | -3.42E-08 | -3.44E-08 | -4.28E-08 | |

(a)

(b)

La matriz A de la ecuación (2.24) es mostrada en la tabla 4.2:

Tabla 4. 2. Matriz A del sensor 5. (a) Estructura sin daño. (b) Estructura con daño.

| | | Matriz A sin daño | | | | | Matriz A con daño | | | | |
|----------|------|-------------------|-----------|-----------|-----------|--|-------------------|-----------|-----------|-----------|--|
| | | Sensor 5 | | | | | Sensor 5 | | | | |
| | | Sensor 1 | Sensor 5 | Sensor 6 | Sensor 12 | | Sensor 1 | Sensor 5 | Sensor 6 | Sensor 12 | |
| M = 5000 | 1 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 2 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -4.00E-04 | | -2.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -4.00E-04 | |
| | 3 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4 | 1.61E-08 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | | 1.72E-08 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 5 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 6 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 2.00E-04 | | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 2.00E-04 | |
| | 7 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 8 | 1.61E-08 | 3.22E-08 | 3.22E-08 | -1.00E-04 | | 1.72E-08 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 9 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | |
| | 10 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | : | : | : | : | : | | : | : | : | : | |
| | : | : | : | : | : | | : | : | : | : | |
| | 4991 | 1.61E-08 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | | 1.72E-08 | 3.42E-08 | 3.44E-08 | -1.00E-04 | |
| | 4992 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4993 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4994 | 1.61E-08 | 3.22E-08 | 3.22E-08 | 3.95E-08 | | 1.72E-08 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4995 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4996 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4997 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | | 1.72E-08 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4998 | 1.61E-08 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | | 1.72E-08 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4999 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | |
| | 5000 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | |

(a)

(b)

aplicando $R = (1/M)A^T A$ (ecuación 2.25), tenemos (tabla 4.3):

Tabla 4. 3. Matriz R del sensor 5. (a) Estructura sin daño. (b) Estructura con daño.

| R Sensor 5 sin daño | | | | | R Sensor 5 con daño | | | | |
|---------------------|----------|----------|----------|--|---------------------|----------|----------|----------|--|
| 3.15E-08 | 6.28E-08 | 6.29E-08 | 7.75E-08 | | 3.07E-08 | 6.11E-08 | 6.13E-08 | 7.67E-08 | |
| 6.28E-08 | 1.25E-07 | 1.25E-07 | 1.54E-07 | | 6.11E-08 | 1.22E-07 | 1.22E-07 | 1.53E-07 | |
| 6.29E-08 | 1.25E-07 | 1.26E-07 | 1.55E-07 | | 6.13E-08 | 1.22E-07 | 1.23E-07 | 1.53E-07 | |
| 7.75E-08 | 1.54E-07 | 1.55E-07 | 1.90E-07 | | 7.67E-08 | 1.53E-07 | 1.53E-07 | 1.92E-07 | |

(a)

(b)

Aplicación del POD en el sensor 7 (nodo 11).

La matriz de desplazamientos sin daño y con daño con sus respectivos desplazamientos promedios del sensor 7 se presentan en la tabla 4.4:

Tabla 4. 4. Matriz de desplazamientos del sensor 7. (a) Estructura sin daño. (b) Estructura con daño.

| | | d_i sin daño | | | | | | d_i con daño | | | | | |
|--------|------|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | N = 5 | | | | | | N = 5 | | | | | |
| | | Sensor 7 | | | | | | Sensor 7 | | | | | |
| | | Tiempo (seg) | Sensor 2 | Sensor 6 | Sensor 7 | Sensor 8 | Sensor 13 | Sensor 2 | Sensor 6 | Sensor 7 | Sensor 8 | Sensor 13 | |
| M=5000 | 1 | 0.01 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 2 | 0.02 | -0.0002 | -0.0003 | -0.0003 | -0.0003 | -0.0004 | -0.0002 | -0.0003 | -0.0003 | -0.0003 | -0.0004 | |
| | 3 | 0.03 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4 | 0.04 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 0.00E+00 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 5 | 0.05 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 6 | 0.06 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 2.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 2.00E-04 | |
| | 7 | 0.07 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 8 | 0.08 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 9 | 0.09 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0003 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0003 | |
| | 10 | 0.1 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | 4991 | 49.91 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | |
| | 4992 | 49.92 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4993 | 49.93 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4994 | 49.94 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4995 | 49.95 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4996 | 49.96 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4997 | 49.97 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4998 | 49.98 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4999 | 49.99 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0003 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0003 | |
| | 5000 | 50 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0002 | -0.0003 | -0.0001 | -0.0003 | -0.0003 | -0.0003 | -0.0003 | |
| | | d_i promedio | | | | | | d_i promedio | | | | | |
| | | | -1.62E-08 | -3.22E-08 | -3.22E-08 | -3.22E-08 | -3.96E-08 | | -1.73E-08 | -3.44E-08 | -3.45E-08 | -3.45E-08 | -4.28E-08 |

(a)

(b)

La matriz A del sensor 7 se muestra en la tabla 4.5, el arreglo R del sensor 7 se presenta en la tabla 4.6.

Aplicación del método en el sensor 33 (nodo 37).

La matriz de desplazamientos sin daño y con daño con sus respectivos desplazamientos promedios del sensor 33 se muestra en la tabla 4.7. La matriz A del sensor 33 se muestra en la tabla 4.8, el arreglo R del sensor 33 se presenta en la tabla 4.9.

Tabla 4. 5. Matriz A del sensor 7. (a) Estructura sin daño. (b) Estructura con daño.

Matriz A sin daño

Matriz A con daño

| | | Sensor 7 | | | | | Sensor 7 | | | | |
|----------|------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | Sensor 2 | Sensor 6 | Sensor 7 | Sensor 8 | Sensor 13 | Sensor 2 | Sensor 6 | Sensor 7 | Sensor 8 | Sensor 13 |
| M = 5000 | 1 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 2 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -4.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -4.00E-04 |
| | 3 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4 | 1.62E-08 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.73E-08 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 |
| | 5 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 |
| | 6 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 2.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 2.00E-04 |
| | 7 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 |
| | 8 | 1.62E-08 | 3.22E-08 | 3.22E-08 | 3.22E-08 | -1.00E-04 | 1.73E-08 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 9 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 |
| | 10 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : | : |
| | 4991 | 1.62E-08 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | 1.73E-08 | 3.44E-08 | 3.45E-08 | 3.45E-08 | -1.00E-04 |
| | 4992 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4993 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4994 | 1.62E-08 | 3.22E-08 | 3.22E-08 | 3.22E-08 | 3.96E-08 | 1.73E-08 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4995 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4996 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4997 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | 1.73E-08 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4998 | 1.62E-08 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | 1.73E-08 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 |
| | 4999 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 |
| | 5000 | -1.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | -1.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 |

(a)

(b)

Tabla 4. 6. Matriz R del sensor 7. (a) Estructura sin daño. (b) Estructura con daño.

| R Sensor 7 sin daño | | | | | | R Sensor 7 con daño | | | | | |
|---------------------|----------|----------|----------|----------|--|---------------------|----------|----------|----------|----------|--|
| 3.16E-08 | 6.30E-08 | 6.30E-08 | 6.31E-08 | 7.77E-08 | | 3.11E-08 | 6.18E-08 | 6.20E-08 | 6.21E-08 | 7.72E-08 | |
| 6.30E-08 | 1.26E-07 | 1.26E-07 | 1.26E-07 | 1.55E-07 | | 6.18E-08 | 1.23E-07 | 1.23E-07 | 1.23E-07 | 1.53E-07 | |
| 6.30E-08 | 1.26E-07 | 1.25E-07 | 1.26E-07 | 1.55E-07 | | 6.20E-08 | 1.23E-07 | 1.23E-07 | 1.24E-07 | 1.54E-07 | |
| 6.31E-08 | 1.26E-07 | 1.26E-07 | 1.26E-07 | 1.55E-07 | | 6.21E-08 | 1.23E-07 | 1.24E-07 | 1.24E-07 | 1.54E-07 | |
| 7.77E-08 | 1.55E-07 | 1.55E-07 | 1.55E-07 | 1.91E-07 | | 7.72E-08 | 1.53E-07 | 1.54E-07 | 1.54E-07 | 1.92E-07 | |

(a)

(b)

Tabla 4. 7. Matriz de desplazamientos del sensor 33. (a) Estructura sin daño. (b) Estructura con daño.

| | | d_i sin daño | | | | d_i con daño | | | |
|----------|------|----------------|-----------|-----------|-----------|----------------|-----------|-----------|--|
| | | N = 3 | | | | N = 3 | | | |
| | | Sensor 33 | | | | Sensor 33 | | | |
| | | Tiempo (seg) | Sensor 26 | Sensor 32 | Sensor 33 | Sensor 26 | Sensor 32 | Sensor 33 | |
| M = 5000 | 1 | 0.01 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 2 | 0.02 | -0.0005 | -0.0006 | -0.0006 | -0.0005 | -0.0006 | -0.0006 | |
| | 3 | 0.03 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | |
| | 4 | 0.04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | |
| | 5 | 0.05 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | |
| | 6 | 0.06 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | |
| | 7 | 0.07 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | |
| | 8 | 0.08 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 9 | 0.09 | -0.0003 | -0.0003 | -0.0003 | -0.0003 | -0.0004 | -0.0004 | |
| | 10 | 0.1 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | : | : | : | : | : | : | : | : | |
| | 4991 | 49.91 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4992 | 49.92 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4993 | 49.93 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4994 | 49.94 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | 0.00E+00 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4995 | 49.95 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4996 | 49.96 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4997 | 49.97 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | |
| | 4998 | 49.98 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | -1.00E-04 | |
| | 4999 | 49.99 | -0.0003 | -0.0004 | -0.0004 | -0.0004 | -0.0004 | -0.0004 | |
| | 5000 | 50 | -0.0004 | -0.0004 | -0.0004 | -0.0004 | -0.0004 | -0.0004 | |

| d_i promedio | | |
|----------------|-----------|-----------|
| -4.97E-08 | -5.25E-08 | -5.24E-08 |

(a)

| d_i promedio | | |
|----------------|----------|----------|
| -5.4E-08 | -5.7E-08 | -5.7E-08 |

(b)

Tabla 4. 8. Matriz A del sensor 33. (a) Estructura sin daño. (b) Estructura con daño.

| | | Matriz A sin daño | | | Matriz A con daño | | |
|--------|------|-------------------|-----------|-----------|-------------------|-----------|-----------|
| | | Sensor 33 | | | Sensor 33 | | |
| | | Sensor 26 | Sensor 32 | Sensor 33 | Sensor 26 | Sensor 32 | Sensor 33 |
| M=5000 | 1 | -1.00E-04 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 |
| | 2 | -5.00E-04 | -6.00E-04 | -6.00E-04 | -5.00E-04 | -6.00E-04 | -6.00E-04 |
| | 3 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 |
| | 4 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 | 1.00E-04 |
| | 5 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 |
| | 6 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 |
| | 7 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 | 2.00E-04 |
| | 8 | -1.00E-04 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 |
| | 9 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -4.00E-04 | -4.00E-04 |
| | 10 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 | -3.00E-04 |
| | : | : | : | : | : | : | : |
| | : | : | : | : | : | : | : |
| | 4991 | -1.00E-04 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 |
| | 4992 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 |
| | 4993 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4994 | 4.97E-08 | 5.25E-08 | 5.24E-08 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 |
| | 4995 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4996 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4997 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 | -2.00E-04 |
| | 4998 | -1.00E-04 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 | -9.99E-05 |
| | 4999 | -3.00E-04 | -4.00E-04 | -4.00E-04 | -4.00E-04 | -4.00E-04 | -4.00E-04 |
| | 5000 | -4.00E-04 | -4.00E-04 | -4.00E-04 | -4.00E-04 | -4.00E-04 | -4.00E-04 |

(a)

(b)

Tabla 4. 9. Matriz R del sensor 33. (a) Estructura sin daño. (b) Estructura con daño.

| R Sensor 33 sin daño | | | R Sensor 33 con daño | | |
|----------------------|----------|----------|----------------------|----------|----------|
| 3.05E-07 | 3.23E-07 | 3.23E-07 | 3.10E-07 | 3.28E-07 | 3.28E-07 |
| 3.23E-07 | 3.43E-07 | 3.42E-07 | 3.28E-07 | 3.48E-07 | 3.48E-07 |
| 3.23E-07 | 3.42E-07 | 3.41E-07 | 3.28E-07 | 3.48E-07 | 3.47E-07 |

(a)

(b)

Se deberá aplicar el POD en los sensores de esquina restantes (9, 11, 16, 18, 20, 22, 27, 29 y 31).

La matriz de correlación R representa el comportamiento de la estructura en ciertos puntos. El segundo paso para identificar el daño es hacer una relación del promedio de los valores de R *sin daño* con R *con daño* para cada uno de los sensores de esquina, por lo tanto el punto o los puntos que tengan mayor diferencia será indicativo que el daño esta presente en ese lugar.

La tabla 4.10 muestra la diferencia de promedios de la matriz R *sin daño* y R *con daño* para cada sensor de esquina, se observa que los nodos 5, 16 y 27 tienen mayor cambio en los dos estados del sistema, por lo tanto la barra que se encuentre entre los nodos 5 y 16 será la barra que el método identifica como dañada. En este caso la barra dañada es la que se encuentra en los sensores 5, 12 y 16, concluyendo que el método POD para este caso puede ser utilizado para detectar daño estructural. El nodo 27 no es tomado en cuenta para identificar la barra, debido que no tiene correlación con los nodos 5 y 16.

Una vez que la barra es identificada el índice de daño se calcula como la relación de promedios de la matriz R *sin daño* y R *con daño* para cada sensor asociado a esa barra. Por lo tanto el índice para la barra será el promedio de las matrices R *sin daño* y R *con daño* para el sensor 5, 12 y 16, dando un valor de 0.98240.

Tabla 4. 10. Relación de los valores R, de los dos estados de la estructura: sin daño y con daño.

| Sensor, punto <i>i</i> | R sin daño / R con daño |
|------------------------|-------------------------|
| 5 | 0.9813 |
| 7 | 0.9864 |
| 9 | 0.993 |
| 11 | 0.9961 |
| 16 | 0.9794 |
| 18 | 0.9843 |
| 22 | 0.9862 |
| 27 | 0.9813 |
| 29 | 0.9845 |
| 31 | 0.9847 |
| 33 | 0.9835 |

Aplicación masiva del método.

Para observar el comportamiento en la detección de daño para diferentes barras y diferentes niveles de daño se elaboró un programa de Matlab, el cual simula el daño con un porcentaje de reducción del momento de inercia en cada una de las columnas de marcos planos a cortante (figura 4.9).

El programa aplicará el método POD para cada reducción de inercia en cada columna e indicará su respectivo índice de daño. Cuando el índice de daño es cero quiere decir que el programa no pudo detectar la barra dañada.

La tabla 4.11 así como en la figura 4.10 muestra el índice correspondiente de daño a cada barra con su respectivo porcentaje de reducción del momento de inercia.

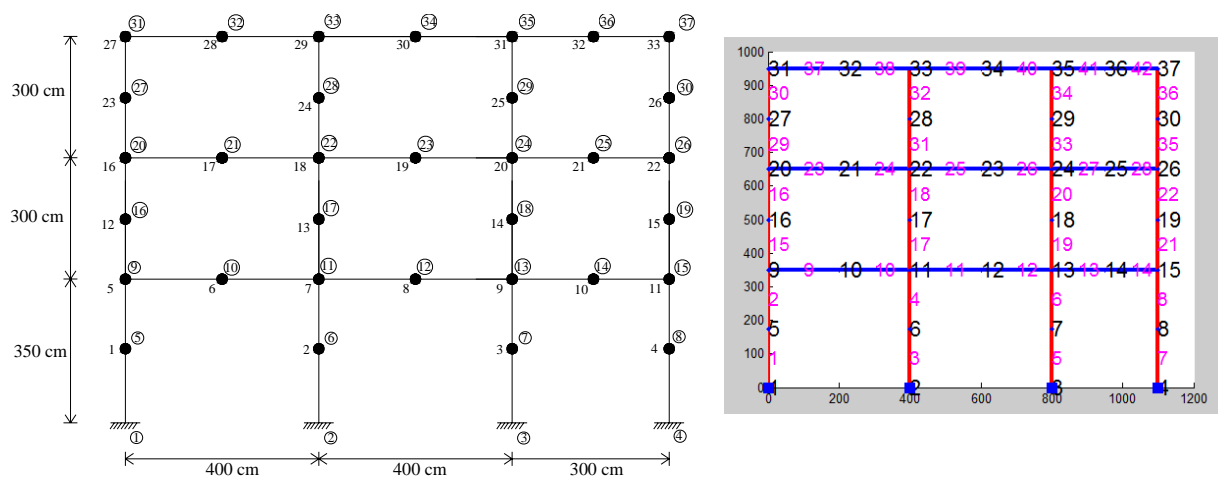


Figura 4. 9. Marco plano a cortante I.

De la tabla 4.11 y figura 4.10 se concluye que las columnas del primer nivel del marco de la figura 9 tienen una participación mayor que las columnas de los niveles restantes. Recordando que el índice de daño es una relación entre los dos estados de la estructura (sin daño y con daño) se observa que las columnas del primer nivel tienen un cambio significativo entre la estructura original y la estructura dañada. Las columnas del segundo y tercer nivel tienen cambios muy pequeños entre los dos estados de la estructura, aun cuando la inercia de las columnas se reduce hasta un 30 %, debido a esto el método del POD no puede identificar daño estructural con cambios muy pequeños en las rigideces de columnas.

Tabla 4. 11. Índice de daño estructural para cada barra del marco I.

| Tabla 11. Índice de daño estructural para cada barra del marco 1. | | | | | | | | | | | | | |
|---|------|------------|-------------|-------------|-------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | | Índice | | | | | | | | | | | |
| Inercia (cm ⁴) | Daño | Nodo 1,5,9 | Nodo 2,6,11 | Nodo 3,7,13 | Nodo 4,8,15 | Nodo 9,16,20 | Nodo 11,17,22 | Nodo 13,18,24 | Nodo 15,19,26 | Nodo 20,27,31 | Nodo 22,28,33 | Nodo 24,29,35 | Nodo 26,30,37 |
| 60608.3375 | 95% | 0.6512 | 0 | 0.6531 | 0.6506 | 0.9958 | 0 | 0 | 0.9958 | 0 | 0 | 0 | 0.9976 |
| 57418.425 | 90% | 0.6356 | 0.6398 | 0.6392 | 0.6354 | 0.9915 | 0.9929 | 0 | 0.9916 | 0.9969 | 0 | 0 | 0.9961 |
| 54228.5125 | 85% | 0.6201 | 0.6258 | 0.6252 | 0.6203 | 0.987 | 0.9892 | 0 | 0.9874 | 0.9953 | 0 | 0 | 0.9945 |
| 51038.6 | 80% | 0.6047 | 0.6119 | 0.6113 | 0.6052 | 0.9824 | 0.9855 | 0 | 0.9829 | 0.9935 | 0.9948 | 0 | 0.9929 |
| 47848.6875 | 75% | 0.5895 | 0.5982 | 0.5977 | 0.5905 | 0.9776 | 0.9815 | 0 | 0.9784 | 0.9917 | 0.9933 | 0 | 0.9911 |
| 44658.775 | 70% | 0.5749 | 0.585 | 0.5845 | 0.5762 | 0.9726 | 0.9775 | 0.9774 | 0.9736 | 0.9898 | 0.9916 | 0.9911 | 0.9892 |
| 41468.8625 | 65% | 0.5608 | 0.5723 | 0.5717 | 0.5625 | 0.9675 | 0.9733 | 0.9732 | 0.9687 | 0.9877 | 0.9899 | 0.9894 | 0.9873 |
| 38278.95 | 60% | 0.5471 | 0.56 | 0.5595 | 0.5492 | 0.9621 | 0.9689 | 0.9689 | 0.9637 | 0.9856 | 0.988 | 0.9875 | 0.9852 |
| 35089.0375 | 55% | 0.5339 | 0.5481 | 0.5476 | 0.5362 | 0.9565 | 0.9645 | 0.9645 | 0.9584 | 0.9833 | 0.986 | 0.9855 | 0.983 |
| 31899.125 | 50% | 0.5207 | 0.5362 | 0.5358 | 0.5234 | 0.9507 | 0.9599 | 0.96 | 0.9529 | 0.9808 | 0.9839 | 0.9835 | 0.9806 |
| 28709.2125 | 45% | 0.5074 | 0.5242 | 0.5238 | 0.5104 | 0.9447 | 0.9552 | 0.9553 | 0.9473 | 0.9781 | 0.9817 | 0.9812 | 0.978 |
| 25519.3 | 40% | 0.4935 | 0.5117 | 0.5113 | 0.4969 | 0.9384 | 0.9503 | 0.9504 | 0.9413 | 0.9752 | 0.9792 | 0.9788 | 0.9752 |
| 22329.3875 | 35% | 0.4788 | 0.4984 | 0.498 | 0.4826 | 0.9318 | 0.9452 | 0.9454 | 0.9352 | 0.9719 | 0.9765 | 0.9761 | 0.972 |
| 19139.475 | 30% | 0.463 | 0.484 | 0.4838 | 0.4672 | 0.9249 | 0.94 | 0.9402 | 0.9288 | 0.9682 | 0.9735 | 0.973 | 0.9685 |

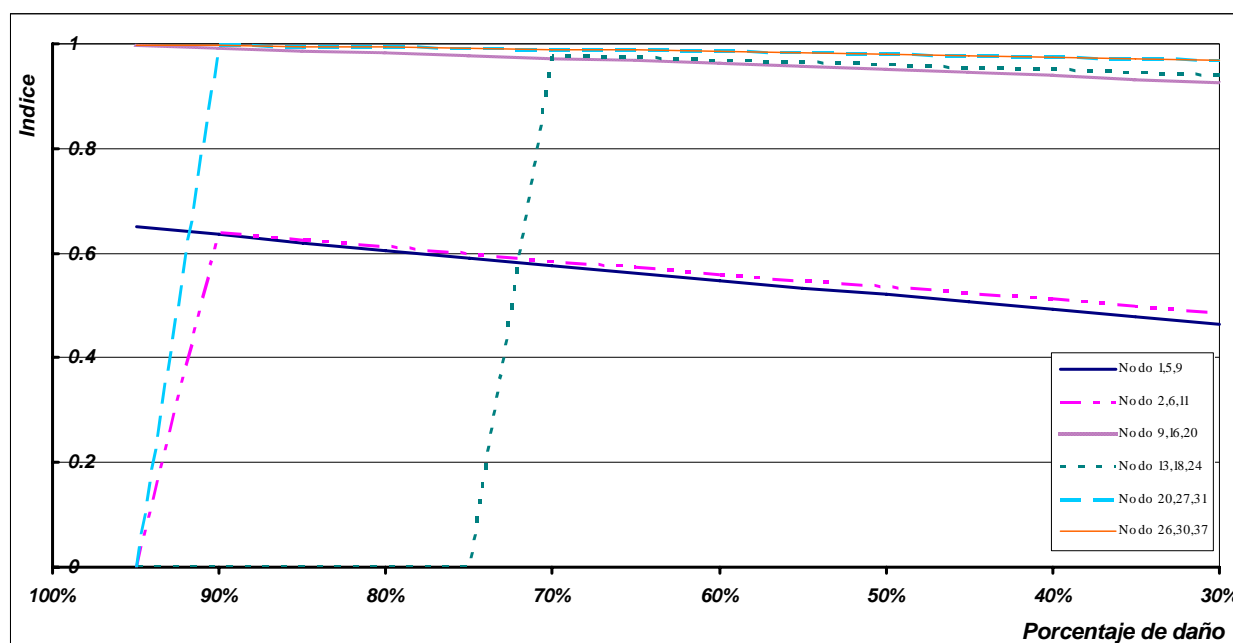


Figura 4. 10. Índice de daño estructural para cada barra del marco I.

En la figura 4.10 sólo se presentan los índices de daño para algunas barras, esto con la finalidad que la gráfica sea legible.

Marco II.

Para ver su aplicabilidad del método se estudió otro marco presentado en la figura 4.11. De la misma manera que el ejemplo anterior, el daño estructural se simulará en porcentaje de reducciones del momento de inercia en las columnas.

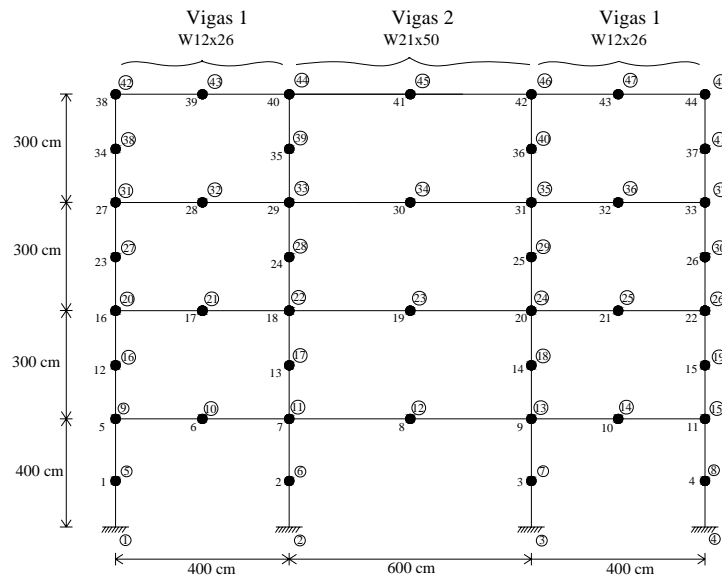


Figura 4. 11. Marco plano a cortante II.

Las secciones y propiedades de las columnas y vigas son:

Columnas, figura (4.12):

Módulo de elasticidad, $E = 2038.9019 \text{ ton/cm}^2$
 Área, $A = 321 \text{ cm}^2$
 Peso, $\gamma = 7.849\text{E-}06 \text{ ton/cm}^3$
 Inercia, $I = 153250.75 \text{ cm}^4$

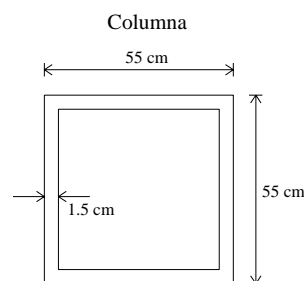


Figura 4. 12. Sección de columna del marco II.

Vigas W12x26:

Módulo de elasticidad, $E = 2038.9019 \text{ ton/cm}^2$
 Área, $A = 49.3547 \text{ cm}^2$
 Peso, $\gamma = 7.849\text{E-}06 \text{ ton/cm}^3$
 Inercia, $I = 99999999 \text{ cm}^4$ (vigas infinitamente rígidas)

Vigas W21x50:

Módulo de elasticidad, $E = 2038.9019 \text{ ton/cm}^2$
 Área, $A = 94.8385 \text{ cm}^2$
 Peso, $\gamma = 7.849 \text{E-06 ton/cm}^3$
 Inercia, $I = 99999999 \text{ cm}^4$ (vigas infinitamente rígidas)

La tabla 4.12 y la figura 4.13 se muestra el índice correspondiente de daño a cada barra con su respectivo porcentaje de reducción del momento de inercia.

Tabla 4. 12. Índice de daño estructural para cada barra del marco II.

| Inercia (cm ⁴) | Daño | Índice | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|------------|-------------|-------------|-------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | | Nodo 1,5,9 | Nodo 2,6,11 | Nodo 3,7,13 | Nodo 4,8,15 | Nodo 9,16,20 | Nodo 11,17,22 | Nodo 13,18,24 | Nodo 15,19,26 | Nodo 20,27,31 | Nodo 22,28,33 | Nodo 24,29,35 | Nodo 26,30,37 | Nodo 31,38,42 | Nodo 33,39,44 | Nodo 35,40,46 | Nodo 38,41,48 |
| 145588.2125 | 95% | 0.647 | 0.6497 | 0.6497 | 0.647 | 0.9953 | 0.9961 | 0.9961 | 0.9953 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.9982 | 0.9982 | 0 |
| 137925.675 | 90% | 0.6272 | 0.6329 | 0.6329 | 0.6272 | 0.9902 | 0.9923 | 0.9923 | 0.9902 | 0.9947 | 0 | 0 | 0.9947 | 0 | 0.9974 | 0.9974 | 0 |
| 130263.1375 | 85% | 0.6074 | 0.6162 | 0.6162 | 0.6074 | 0.9849 | 0.9883 | 0.9883 | 0.9849 | 0.9918 | 0.9934 | 0.9934 | 0.9918 | 0 | 0.9966 | 0.9966 | 0 |
| 122600.6 | 80% | 0.588 | 0.5997 | 0.5997 | 0.588 | 0.9792 | 0.984 | 0.984 | 0.9792 | 0.9886 | 0.991 | 0.991 | 0.9886 | 0.9953 | 0.9956 | 0.9956 | 0.9953 |
| 114938.0625 | 75% | 0.5688 | 0.5834 | 0.5834 | 0.5688 | 0.9732 | 0.9795 | 0.9795 | 0.9732 | 0.9853 | 0.9885 | 0.9885 | 0.9853 | 0.9938 | 0.9947 | 0.9947 | 0.9938 |
| 107275.525 | 70% | 0.5498 | 0.5673 | 0.5673 | 0.5498 | 0.9669 | 0.9748 | 0.9748 | 0.9669 | 0.9818 | 0.9859 | 0.9859 | 0.9818 | 0.9923 | 0.9936 | 0.9936 | 0.9923 |
| 99612.9875 | 65% | 0.5309 | 0.5511 | 0.5511 | 0.5309 | 0.9601 | 0.9699 | 0.9699 | 0.9601 | 0.978 | 0.9832 | 0.9832 | 0.978 | 0.9907 | 0.9924 | 0.9924 | 0.9907 |
| 91950.45 | 60% | 0.512 | 0.5348 | 0.5348 | 0.512 | 0.9529 | 0.9648 | 0.9648 | 0.9529 | 0.974 | 0.9802 | 0.9802 | 0.974 | 0.9889 | 0.9911 | 0.9911 | 0.9889 |
| 84287.9125 | 55% | 0.4928 | 0.5182 | 0.5182 | 0.4928 | 0.9452 | 0.9594 | 0.9594 | 0.9452 | 0.9697 | 0.9772 | 0.9772 | 0.9697 | 0.987 | 0.9898 | 0.9898 | 0.987 |
| 76625.375 | 50% | 0.4734 | 0.5011 | 0.5011 | 0.4734 | 0.937 | 0.9538 | 0.9538 | 0.937 | 0.9651 | 0.974 | 0.974 | 0.9651 | 0.9849 | 0.9883 | 0.9883 | 0.9849 |
| 68962.8375 | 45% | 0.4535 | 0.4836 | 0.4836 | 0.4535 | 0.9282 | 0.9478 | 0.9478 | 0.9282 | 0.9601 | 0.9705 | 0.9705 | 0.9601 | 0.9826 | 0.9868 | 0.9868 | 0.9826 |
| 61300.3 | 40% | 0.4333 | 0.4657 | 0.4657 | 0.4333 | 0.9187 | 0.9416 | 0.9416 | 0.9187 | 0.9547 | 0.9669 | 0.9669 | 0.9547 | 0.9801 | 0.9851 | 0.9851 | 0.9801 |
| 53637.7625 | 35% | 0.4128 | 0.4474 | 0.4474 | 0.4128 | 0.9084 | 0.9351 | 0.9351 | 0.9084 | 0.9488 | 0.9631 | 0.9631 | 0.9488 | 0.9773 | 0.9832 | 0.9832 | 0.9773 |
| 45975.225 | 30% | 0.3921 | 0.4287 | 0.4287 | 0.3921 | 0.8973 | 0.9282 | 0.9282 | 0.8973 | 0.9424 | 0.9591 | 0.9591 | 0.9424 | 0.9741 | 0.9811 | 0.9811 | 0.9741 |

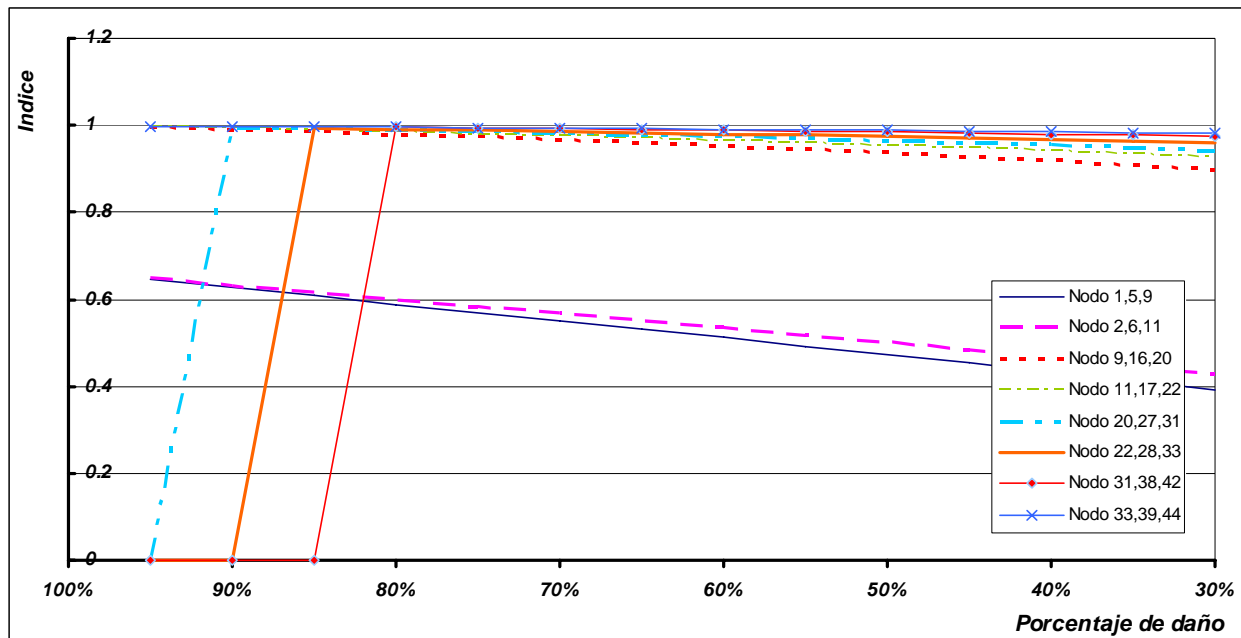


Figura 4. 13. Índice de daño estructural para cada barra del marco II.

En este ejemplo, el método obtiene valores correctos. Es capaz de detectar daño estructural en todas las columnas del marco en casi todas las reducciones del momento de inercia. De la misma manera que los ejemplos anteriores puede observarse en la tabla 4.12 y figura 4.13 que las columnas del primer nivel tienen mayor participación en la respuesta ante vibración del marco. El índice de daño en estas columnas es pequeño, es decir existe cambio significativo entre la estructura original y la estructura dañada.

Marco III.

Otro ejemplo presentado es el marco de la figura 4.14. El daño estructural se simulará en un porcentaje de reducciones del momento de inercia en las columnas.

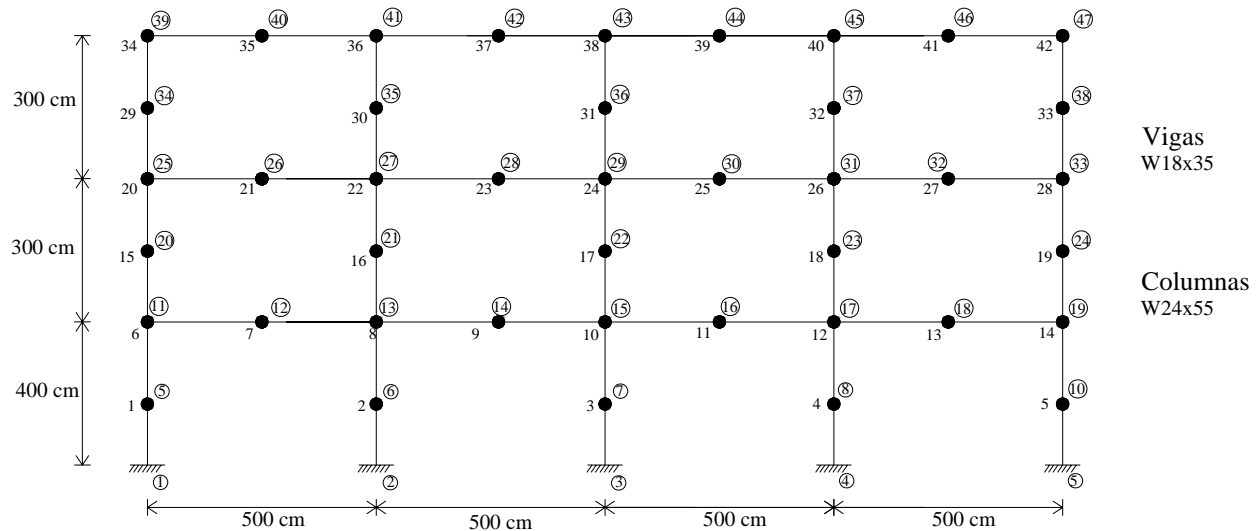


Figura 4. 14. Marco plano a cortante III.

Las secciones y propiedades de columna y vigas son:

Columnas W24x55:

Módulo de elasticidad, $E = 2038.9019 \text{ ton/cm}^2$
 Área, $A = 104.5159 \text{ cm}^2$
 Peso, $\gamma = 7.849\text{E-}06 \text{ ton/cm}^3$
 Inercia, $I = 56191.24 \text{ cm}^4$

Vigas W18x35:

Módulo de elasticidad, $E = 2038.9019 \text{ ton/cm}^2$
 Área, $A = 66.4515 \text{ cm}^2$
 Peso, $\gamma = 7.849\text{E-}06 \text{ ton/cm}^3$
 Inercia, $I = 99999999 \text{ cm}^4$ (vigas infinitamente rígidas)

La tabla 4.13 y la figura 4.15 muestran el índice correspondiente de daño a cada barra con su respectivo porcentaje de reducción del momento de inercia.

Tabla 4. 13. Índice de daño estructural para cada barra del marco III.

| Inercia (cm ⁴) | Daño | Índice | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | | Nodo 1,6,11 | Nodo 2,7,13 | Nodo 3,8,15 | Nodo 4,9,17 | Nodo 5,10,19 | Nodo 11,20,25 | Nodo 13,21,27 | Nodo 15,22,29 | Nodo 17,23,31 | Nodo 19,24,33 | Nodo 25,34,39 | Nodo 27,35,41 | Nodo 29,36,43 | Nodo 31,37,45 | Nodo 33,38,47 |
| 53381.678 | 95% | 0.6539 | 0.6558 | 0.6563 | 0.6558 | 0.6539 | 0.9967 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9974 | 0.9967 | 0.9987 | 0.9989 | 0.999 | 0.9989 | 0.9987 |
| 50572.116 | 90% | 0.6415 | 0.6452 | 0.6463 | 0.6452 | 0.6415 | 0.9933 | 0.9946 | 0.995 | 0.9946 | 0.9933 | 0.9973 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9978 | 0.9973 |
| 47762.554 | 85% | 0.6294 | 0.6348 | 0.6364 | 0.6348 | 0.6294 | 0.9897 | 0.9918 | 0.9924 | 0.9918 | 0.9897 | 0.9958 | 0.9966 | 0.9968 | 0.9966 | 0.9958 |
| 44952.992 | 80% | 0.6173 | 0.6245 | 0.6266 | 0.6245 | 0.6173 | 0.9859 | 0.9889 | 0.9897 | 0.9889 | 0.9859 | 0.9943 | 0.9954 | 0.9957 | 0.9954 | 0.9943 |
| 42143.43 | 75% | 0.6053 | 0.6142 | 0.6168 | 0.6142 | 0.6053 | 0.9821 | 0.9859 | 0.987 | 0.9859 | 0.9821 | 0.9927 | 0.9941 | 0.9945 | 0.9941 | 0.9927 |
| 39333.868 | 70% | 0.593 | 0.6036 | 0.6067 | 0.6036 | 0.593 | 0.978 | 0.9829 | 0.9841 | 0.9829 | 0.978 | 0.991 | 0.9928 | 0.9933 | 0.9928 | 0.991 |
| 36524.306 | 65% | 0.5804 | 0.5927 | 0.5963 | 0.5927 | 0.5804 | 0.9737 | 0.9797 | 0.9812 | 0.9797 | 0.9737 | 0.9893 | 0.9915 | 0.9921 | 0.9915 | 0.9893 |
| 33714.744 | 60% | 0.5673 | 0.5812 | 0.5853 | 0.5812 | 0.5673 | 0.9693 | 0.9763 | 0.9782 | 0.9763 | 0.9693 | 0.9874 | 0.99 | 0.9907 | 0.99 | 0.9874 |
| 30905.182 | 55% | 0.5536 | 0.5692 | 0.5737 | 0.5692 | 0.5536 | 0.9646 | 0.9729 | 0.975 | 0.9729 | 0.9646 | 0.9854 | 0.9885 | 0.9894 | 0.9885 | 0.9854 |
| 28095.62 | 50% | 0.5394 | 0.5565 | 0.5615 | 0.5565 | 0.5394 | 0.9597 | 0.9694 | 0.9718 | 0.9694 | 0.9597 | 0.9834 | 0.987 | 0.9879 | 0.987 | 0.9834 |
| 25286.058 | 45% | 0.5245 | 0.5432 | 0.5486 | 0.5432 | 0.5245 | 0.9546 | 0.9657 | 0.9684 | 0.9657 | 0.9546 | 0.9812 | 0.9853 | 0.9864 | 0.9853 | 0.9812 |
| 22476.496 | 40% | 0.5091 | 0.5293 | 0.5352 | 0.5293 | 0.5091 | 0.9491 | 0.9618 | 0.9649 | 0.9618 | 0.9491 | 0.9788 | 0.9836 | 0.9848 | 0.9836 | 0.9788 |
| 19666.934 | 35% | 0.4931 | 0.5148 | 0.5211 | 0.5148 | 0.4931 | 0.9434 | 0.9579 | 0.9613 | 0.9579 | 0.9434 | 0.9763 | 0.9817 | 0.9831 | 0.9817 | 0.9763 |
| 16857.372 | 30% | 0.4767 | 0.4998 | 0.5065 | 0.4998 | 0.4767 | 0.9374 | 0.9537 | 0.9575 | 0.9537 | 0.9374 | 0.9735 | 0.9796 | 0.9811 | 0.9796 | 0.9735 |

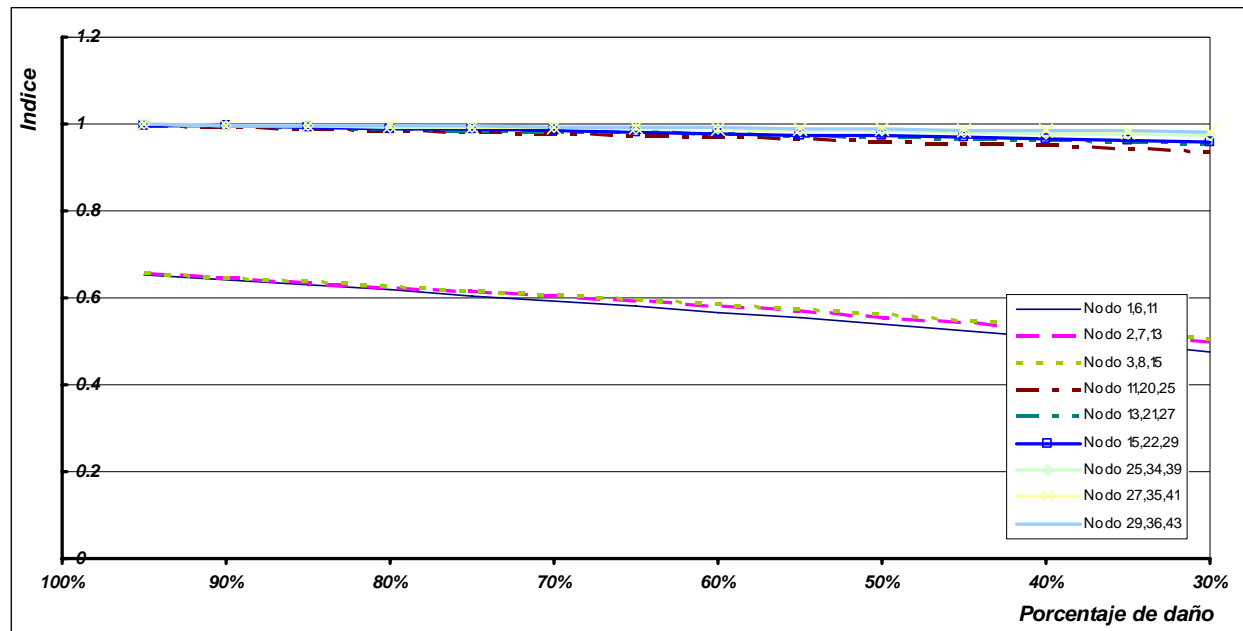


Figura 4. 15. Índice de daño estructural para cada barra del marco III.

En este ejemplo, se llega a la misma conclusión de los ejemplos anteriores, las barras del primer nivel tienen un cambio muy significativo entre los dos estados de la estructura. Además que el método POD detecta daño en todas las columnas en cualquier reducción del momento de inercia.

Se presentó la aplicación del método POD para identificación de daño estructural en marcos planos a cortante. Se simuló el daño estructural como una reducción del momento de inercia en las columnas esto con la finalidad de reducir la rigidez del elemento. El procesamiento de la información se maneja de forma descentralizada. Se aplicó el método en marcos planos a cortante, obteniendo resultados correctos, logrando identificar el daño.

Capítulo

No. 5

Conclusiones.

En esta tesis se presentó un método de identificación de daño estructural en marcos planos a cortante de una forma descentralizada. Se utilizó el análisis modal como herramienta de detección de daño. El daño se definió como los cambios en propiedades geométricas de los elementos estructurales. Este se simula reduciendo la rigidez de las columnas, y se deja a las vigas con rigidez infinita (marco plano).

La instrumentación estructural proporciona información para el análisis modal. Los métodos actuales proponen que la información recolectada sea concentrada en un sólo punto, es decir, de forma centralizada. Esto implica que el nodo concentrador debe ser lo suficientemente capaz para recibir la información de la estructura. El uso de nuevas tecnologías, tales como sensores con capacidades de procesamiento local y de comunicación inalámbrica (sensores inteligentes), pueden permitir descentralizar el procesamiento de la información. Un análisis descentralizado es uno de los métodos más atractivos de detección de daño. La descentralización surge como una solución a las complicaciones que se tienen en el sistema centralizado, tales como: tiempo de colocación, mantenimiento y costos.

En esta tesis se citaron algunos métodos que se encuentran en la literatura para la identificación de daño estructural estudiando los cambios en los parámetros modales de la estructura (frecuencias, modos de vibrar, etc.). Todos estos métodos están basados en la instrumentación y un análisis modal de las estructuras, además que el procesamiento de la información es de forma centralizada. Estos métodos para la identificación de daño estructural han sido aplicados en distintos campos de la ingeniería.

Los métodos citados son:

- Cambios de frecuencias.
- Cambios en formas modales.
- Curvaturas de formas modales/ Cambios de deformación en formas modales.
- Flexibilidad dinámica.
- Cambio en la energía de deformación modal.
- POD (Proper Orthogonal Decomposition).

Se eligieron tres de estos métodos de detección de daño. Se presentaron los métodos MAC, cambios en la energía de deformación modal y POD (Proper Orthogonal Decomposition). Estos métodos fueron elegidos por su fácil interpretación y se basan en tres conceptos diferentes. Se aplicaron en una armadura 2D y en un marco plano a cortante. Se describen sus ventajas y limitantes de estos métodos.

El MAC se basa en la comparación de formas modales de la estructura original y sin daño. Se aplicó en una estructura de cuatro niveles. El daño se simuló con la disminución de las rigideces de entresijos sin afectar su masa, y se compararon los cambios de las formas modales en los dos estados de la estructura. El MAC proporciona una correlación de las formas modales sin daño y con daño. Valores pequeños (cerca de cero) indican baja correlación entre los vectores, mientras que valores grandes (cerca de la unidad) indican una correlación alta entre ellos. Como este método se basa en la comparación de las formas modales es difícil la localización del daño en la estructura.

El método de cambios en la energía de deformación modal, se aplicó en una armadura plana y en un marco plano a cortante. El daño fue simulado con una reducción del módulo de elasticidad de los elementos, esto con la finalidad de disminuir su rigidez sin afectar su masa. El método identifica la localización del daño en armaduras, es aplicable a daño simple (daño en un sólo miembro de la armadura) o multidaño (daño en 2 o más elementos). Es muy sensible a pequeñas variaciones en rigideces en los elementos estructurales. Este método fue aplicado con la misma metodología de armaduras en marcos planos a cortante estudiados en este trabajo concluyendo que no puede ser aplicado, debido que resultan valores incorrectos en la ubicación del daño.

El POD se aplicó en el mismo marco plano a cortante utilizado en el método anterior. Al aplicar el POD es necesario obtener los POMs y los POVs. En un primer paso, se aplicó esta metodología para la detección de daño estructural en marcos y se obtuvieron resultados erróneos en la identificación de daño.

El siguiente paso de esta investigación fue extrapolar este método para tratar la información de forma descentralizada, al suponer el uso de sensores inteligentes. La descentralización se llevó a cabo al usar la información de los nodos adyacentes al nodo de intersección entre la viga y columna.

El método se aplicó en diferentes marcos simétricos y antisimétricos, variando el número de crujeas y niveles así como su simetría longitudinal, las secciones de las columnas también fueron modificadas. Se obtuvieron identificaciones de daños correctos. Se calculó un índice de cuantificación de daño para el elemento afectado. Este índice de daño relaciona los desplazamientos entre la estructura original y dañada asociados al elemento.

El método POD descentralizado, permite la identificación de daño estructural en cualquier elemento columna con un daño mayor al 30% no importando la configuración estructural del marco. En las columnas de los niveles intermedios es más difícil la identificación de daño, es decir, en algunos casos el método obtiene resultados erróneos en estos elementos cuando el daño estructural es menor al 30%. Esto se puede deber a que las columnas intermedias tienen mayor participación modal y no tienen un patrón de desplazamientos hacia un mismo sentido.

Cuando se tiene el caso de marcos simétricos todas las columnas tienen un comportamiento mas uniforme ante la vibración, logrando que el método POD descentralizado detecte daño en columnas intermedias con cambios de un 20% de su estado inicial.

En todos los marcos se observo que las columnas del primer nivel tienen mayor participación en la respuesta ante vibración del marco, por lo tanto, estos elementos siempre se identificara daño aun teniendo cambios estructurales muy pequeños (5%), no importando la geometría y configuración del marco.

Los trabajos a futuro que pueden realizarse es la optimización en el proceso de identificación de daño, es decir, mejorar el algoritmo para que utilice el menor número de sensores posible. Otro avance en este campo sería la detección de daño en marcos tridimensionales con sus respectivas variaciones de rigideces y configuraciones estructurales.

Se debe tomar en cuenta que existen muchos factores que afectan la identificación de daño en estructuras reales. Una de ellas es el comportamiento de la estructura puede resultar ser distinta al del modelo matemático usado, por lo tanto un modelo calibrado sería de gran ayuda para estudios a futuro.

Esta investigación demuestra que el uso de sensores inteligentes puede ser un nuevo paradigma para la detección de daño estructural.

REFERENCIAS

Begg, R.D., A.C. Mackenzie, C.J. Dodds, and O. Loland, 1976, “Structural Integrity Monitoring Using Digital Processing of Vibration Signals” in Proc. 8th Annual Offshore Technology Conference, Houston, TX, 305–311.

Carrasco Cesar, Oseguera Roberto A., Ferregut Carlos M., Gygier Mike. 1997. “Damage localization a space truss model using modal strain energy” Center for structural integrity of aerospace systems, Houston Texas.

Dong C., P.Q. Zhang, W.Q. Feng, and T.C. Huang, 1994, “The Sensitivity Study of the Modal Parameters of a Cracked Beam” in Proc. of the 12th International Modal Analysis Conference.

D.Tranxuan, J. He y Roy Choudhury. (1991) “Damage detection of truss structures using measured frequency response fuction data” Departament of mechanical enginneering, Victoria University of technology Australia.

He, J. and D.J. Ewins, 1986, “Analytical Stiffness Matrix Correction Using Measured Vibration Modes” Modal Analysis: The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis.

Kam, T.Y. and T.Y. Lee, 1992, “Detection of Cracks in Structures Using Modal Test Data” Engineering Fracture Mechanics, 42(2), 381–387.

Nwosu, D.I., A.S.J. Swamidas, J.Y. Guigne, and D.O. Olowokere, 1995, “Studies on Influence of Cracks on the Dynamic Response of Tubular T-Joints for Nondestructive Evaluation” in Proc. of the 13th International Modal Analysis Conference.

Randall J. Allemang 2003, “The Modal Assurance Criterion Twenty Years of Use and Abuse” University of Cincinnati, Cincinnati, Ohio.

Rytter, A., 1993, “Vibration Based Inspection of Civil Engineering Structures”, Ph. D. Dissertation, Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Denmark.

Salawu, O.S. and C. Williams, 1993, "Structural Damage Detection Using Experimental Modal Analysis-A Comparison of Some Methods" in Proc. of 11th Internacional Modal Analysis Conference.

Scott W., Doebling Charles R., Farrar Michael B., Prime Daniel W., Shevitz., 1996, "Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review" laboratory Los Alamos, New México.

Stubbs, N., T.H. Broome and R. Osegueda, 1990, "Nondestructive Construction Error Detection in Large Space Structures" AIAA Journal, 28(1), 146-152.

Ugo Galvanetto, George Violaris., 2007, "Numerical investigation of a new damage detection method based on proper orthogonal decomposition" Mechanical Systems and Signal Processing 21, 1346-1361.

Vandiver, J.K., 1975, "Detection of Structural Failure on Fixed Platforms by Measurement of Dynamic Response" in Proc. of the 7th Annual Offshore Technology Conference, 243-252.

West, W.M., 1984, "Illustration of the Use of Modal Assurance Criterion to Detect Structural Changes in an Orbiter Test Specimen" in Proc. Air Force Conference on Aircraft Structural Integrity.

Yuen, M.M.F., 1985, "A Numerical Study of the Eigenparameters of a Damaged Cantilever" Journal of Sound and Vibration, 103, 301-310.